

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

06  
778

ЛЕНИНГРАДСКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ТРУДЫ  
ВЫПУСК 25

ИССЛЕДОВАНИЯ  
ДИНАМИКИ ПОТОКОВ  
И ВОПРОСЫ ГИДРОФИЗИКИ

213586

Под редакцией  
канд. техн. наук, доц. В. И. ПОЛТАВЦЕВА

**БИБЛИОТЕКА**  
Ленинградского  
Гидрометеорологического  
Института

ЛЕНИНГРАД

1967

УДК 532.5 532.546 621.175.3.

Труды ЛГМИ, вып. 25

Редактор *И. Г. Максимова*

Корректор *И. М. Морозова*

---

Подп. к печати 8.07.67  
М-22183

Объем 11 печ. л.

Тираж 600 экз.

Зак. 145

Цена 1 р. 14 коп.

*Посвящается светлой памяти профессора  
Виталия Николаевича ГОНЧАРОВА*





## АННОТАЦИЯ

В сборнике опубликованы научные работы профессорско-преподавательского и аспирантского коллектива кафедр водных исследований и динамики русловых потоков ЛГМИ. В этих работах освещаются вопросы из области гидравлики и динамики русловых потоков и вопросы гидрофизики.

Сборник рассчитан на научных работников и инженеров, работающих в области гидрологии и гидрофизики.



## ПРЕДИСЛОВИЕ

В первом разделе сборника помещены статьи, излагающие результаты исследований, начатых еще под руководством В. Н. Гончарова, или являющиеся разработкой намеченных им вопросов. Здесь излагаются результаты экспериментальных исследований структуры придонной области русловых потоков повышенной шероховатости, особенностей гидравлических сопротивлений таких потоков и приводятся уточненные расчетные зависимости основных гидравлических характеристик русловых потоков. Рассматриваются также вопросы влияния вторичных течений и различной по ширине потока шероховатости на формирование скоростного поля и пропускную способность русла, учет взаимодействия руслового и пойменного потоков при экстраполяции кривых расходов воды и ряд других вопросов.

Второй раздел посвящен некоторым исследованиям в области гидрофизики. Рассматриваются вопросы теории и результаты экспериментальных исследований диффузии влаги в капиллярах, имеющие существенное значение для расчета испарения с почвы, вопросы оценки потоков тепла и влаги с нагретых водоемов на основе теории конвекции. Излагается методика построения пространственного температурного поля в теле, обтекаемом потоком жидкости и другие вопросы.

Третий раздел включает статьи, освещающие некоторые прикладные и методические вопросы.



ГИДРАВЛИКА И ДИНАМИКА РУСЛОВЫХ ПОТОКОВ

В. И. Полтавцев, В. И. Ефремов

**ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ  
ОТКРЫТЫХ ПОТОКОВ  
ПРИ БОЛЬШОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ РУСЛА**

Приводятся результаты экспериментальных исследований гидравлического сопротивления, которые показывают, что в открытых потоках при большой относительной шероховатости гидравлическое сопротивление квадратичной области зависит не только от относительной шероховатости русла, но и от состояния потока.

Большинство экспериментальных исследований гидравлического сопротивления открытых потоков было выполнено при малой относительной шероховатости, т. е. при больших значениях относительной «гладкости»  $\frac{R}{\Delta}$  (где  $\Delta$  — высота выступов шероховатости,  $R$  — гидравлический радиус). Результаты опытов А. П. Зегжда [5], охватывающих диапазон значений  $\frac{R}{\Delta}$  от 5 до 80, также не освещают основных закономерностей движения потока при  $\frac{R}{\Delta} < 10$ , ибо в этой области на графике  $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{R}{\Delta}\right)$  имеется лишь очень небольшое количество опытных точек, которые расположены в непосредственной близости от области «гладких русел». В области же квадратичного сопротивления горизонтальные прямые проведены, видимо, по аналогии с прямыми для значений  $\frac{R}{\Delta} > 10$  и, следовательно, такую зависимость в этой области нельзя считать обоснованной экспериментами.

Потоки повышенной шероховатости или малого наполнения представляют существенный интерес для инженерной практики (горные реки, быстротоки повышенной шероховатости и др.), однако специальные исследования таких потоков начали проводиться лишь в последние годы.

Несмотря на небольшое количество таких исследований и их неполноту, стало очевидным, что эта область потоков требует обстоятель-

ного изучения [1, 8, 9, 10], так как известные формулы для определения коэффициента сопротивления  $\lambda$  или коэффициента Шези  $C$ , полученные для обычных потоков, оказываются неприменимыми в зоне малого наполнения.

Уже первые эксперименты привели к некоторым неожиданностям и к известным противоречиям между результатами исследований различных авторов.

Достаточно отметить, что А. Я. Слободкин [9] и А. П. Сидоров [8], проводившие экспериментальные исследования сопротивлений открытых потоков в области малых наполнений соответственно при спокойном и бурном состоянии потока, пришли к существенно различным зависимостям для определения  $\lambda$ . А. Я. Слободкин получил формулу вида

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4,08 \lg \frac{h}{k_{\eta}} + 3,08, \quad (1)$$

где  $h$  — глубина потока;

$k_{\eta}$  — приведенная шероховатость русла, зависящая от формы выступов.

А. П. Сидоров получил зависимость, в которой второе слагаемое является переменной величиной,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4 \lg \frac{h}{k} + 2,4 \left( \frac{h}{k} \right)^{0,3}. \quad (2)$$

С. А. Яхонтов [10] для потоков малого наполнения при бурном их состоянии получил постоянное значение коэффициента сопротивления  $\lambda$ . Заметим, что за плоскость отсчета глубин он принимал вершину выступов шероховатости.

О. М. Айвазян [1] на основе анализа результатов опытов, выполненных за последнее время некоторыми исследователями (А. А. Маастик, Е. Е. Овчаров, Ф. И. Пикалов, О. Киршмер, Л. Г. Штрауб, Е. Зильберман, Х. Нельсон и др.), подвергает сомнению основные положения современной теории руслового сопротивления и правомерность методики обработки экспериментальных данных в координатах  $\lambda = f\left(\text{Re}; \frac{\Delta}{R}\right)$ . В частности, к числу наиболее существенных недо-

статков он относит использование для расчета гидравлического сопротивления открытых русел тех положений и методов, которые были разработаны на основе теории сопротивления круглых напорных труб без учета отличительных особенностей русловых потоков. О. М. Айвазян высказывает мнение о том, что современная теория руслового сопротивления построена на ряде спорных положений. К их числу он относит то, что отношение  $\frac{R}{\Delta}$  с точки зрения сопротивления вполне

характеризует геометрию живого сечения, что влияние скорости на коэффициент сопротивления  $\lambda$  допускается только через  $\text{Re}$ , т. е. молекулярную вязкость, и когда при большой турбулизации (исчезающей роли вязкости) после определенного значения  $\text{Re}$  устанавливается автомодельность, то вместе с ней обязательно наблюдается и квадратичный закон сопротивления. Как следствие этого отрицается возможность влияния числа  $\text{Fr}$  и уклона на коэффициент сопротивления.

О. М. Айвазян подвергает сомнению само существование зоны квадратичного сопротивления.



Наличие столь противоречивых мнений и выводов, получаемых в результате экспериментальных исследований, показывает, что потоки повышенной шероховатости (малого наполнения) изучены недостаточно и требуется постановка более детальных исследований в изучении структуры самого потока. Такие исследования представляют не только практический, но и значительный теоретический интерес.

В гидравлической лаборатории Ленинградского гидрометеорологического института с 1962 г. проводятся экспериментальные исследования гидравлических сопротивлений потоков большой шероховатости с изучением их структуры.

При анализе материалов опытов оказалось целесообразным исходить из основных представлений В. Н. Гончарова [2] о структуре руслового турбулентного потока и результатов лабораторных и полевых экспериментов И. К. Никитина [6], весьма четко показавшего важную роль придонного слоя в формировании структуры руслового турбулентного потока.

Опыты по изучению гидравлических сопротивлений проводились нами в трех разных лотках, с изменением уклонов, при различной шероховатости (однородная искусственная и гравий разной крупности). Основные опыты проводились в лотке с переменным уклоном длиной 12,0 м, шириной 0,40 м. При опытах уклоны менялись в пределах от 0,001 до 0,039. Часть опытов была проведена в лотке длиной 3,0 м и шириной 0,40 м и в лотке длиной 9,0 м и шириной 0,81 м с постоянным уклоном ( $i = 0,003$ ). При всех опытах устанавливалось равномерное движение. Опыты проводились при спокойном и бурном режимах. Величина шероховатости выбиралась с таким расчетом, чтобы, обеспечив изучение повышенной шероховатости, перекрыть также и область шероховатости, достаточно освещенную опытами А. П. Зегжда.

При обработке материалов опытов, особенно для случаев значительной шероховатости, весьма важное значение приобретает правильное установление плоскости отсчета глубин. Выполненные специальные опыты позволили объемным способом определить, что для однородной искусственной шероховатости в виде полушарий и для гравия при плотном расположении зерен плоскость отсчета глубин следует принять расположенной от дна на расстоянии половины среднего диаметра зерен, слагающих дно русла.

Важным вопросом являлось также установление пределов влияния прозрачности (стеклянных стенок лотка) на структуру потока и величину сопротивления. Выяснение этого вопроса обеспечивало возможность сопоставления результатов различных опытов между собой и получения объективных выводов. Как известно, определяющими

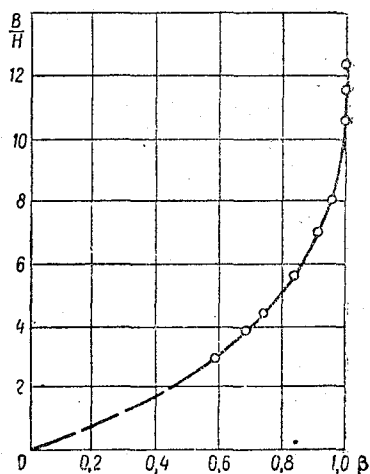


Рис. 1. Коэффициент учета влияния стенок лотка (стекло) в зависимости от относительной ширины потока.

в этом отношении являются относительная ширина потока  $\frac{B}{H}$  и шероховатость стенок (при прямоугольном сечении). В целях установления степени влияния этих факторов были проведены опыты по определению

сопротивления в лотках шириной 81 и 40 см при одинаковых уклонах и шероховатости в зависимости от относительной ширины потока. Изменения величины коэффициента  $\beta$ , учитывающего влияние стенок лотка в зависимости от относительной ширины потока, представлено в виде графика (рис. 1). Этот график показывает, что в условиях наших опытов влияние стенок не сказывается и результаты опытов оказываются сопоставимыми при  $\frac{B}{H} > 10$ . В этих пределах поток можно считать

плоским и  $\beta = 1$ . При  $\frac{B}{H} < 10$  влияние пространственности возрастает с уменьшением этой величины.

При обработке материалов опытов значения коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  определялись по формуле

$$\lambda = \frac{2gRi}{V^2}, \quad (3)$$

где  $R$  — гидравлический радиус;  
 $i$  — уклон свободной поверхности потока;  
 $V$  — средняя скорость потока.

Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления  $\lambda$  для гравийной шероховатости от относительной «гладкости»  $\frac{R}{\Delta}$  представлена на рис. 2. Из рис. 2 и 3 видно, что в области малых наполнений русла ( $\frac{R}{\Delta} < 10$ ) величина коэффициента сопротивления определяется не только величиной относительной шероховатости русла, но и величиной уклона и числа Фруда. В частности, на рис. 2 можно видеть, что при  $\frac{R}{\Delta} < 7$  расположение точек, соответствующих разным значениям уклонов (от 0,001 до 0,039), дает отклонения величины  $\lambda$ , достигающие до 20 ÷ 30%. Эта зависимость является сложной. В спокойных потоках с увеличением уклонов коэффициент сопротивления  $\lambda$  увеличивается, а с переходом в бурное состояние уменьшается (рис. 3). При значениях  $\frac{R}{\Delta} > 10$  влияние уклона не сказывается и коэффициент сопротивления  $\lambda$  определяется только величиной  $\frac{R}{\Delta}$ , что видно из того, что точки, относящиеся к разным уклонам, ложатся на одну кривую (рис. 2).

Таким образом, наши исследования в области потоков с  $\frac{R}{\Delta} < 10$ , не освещенной опытами А. П. Зегжда (рис. 3), показывают наличие в этой зоне зависимости коэффициента сопротивления от уклона и числа Фруда, что для потоков повышенной шероховатости согласуется с выводами О. М. Айвазяна.

Однако следует заметить, что количественные характеристики всех опытов Ф. И. Пикалова и О. М. Айвазяна, приведенные в статье О. М. Айвазяна [1] (см. табл. 1 и 2 и графики на рис. 3 и 4), ограничиваются лишь потоками повышенной шероховатости ( $2,82 < \frac{R}{\Delta} < 9,71$ ) при бурном режиме и поэтому нельзя признать обоснованным экстра-

полирование формулируемых О. М. Айвазяном выводов и на потоки с обычной (малой) шероховатостью ( $\frac{R}{\Delta} > 10$ ).

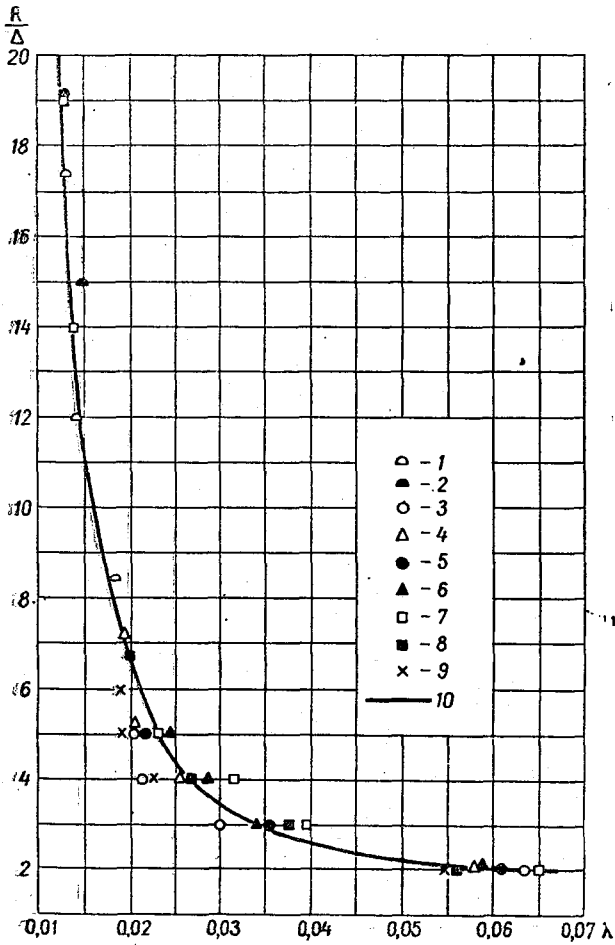


Рис. 2. Зависимость коэффициента сопротивления от относительной шероховатости:

1 -  $i=0,001$ , 2 -  $i=0,002$ , 3 -  $i=0,0018$ , 4 -  $i=0,003$ , 5 -  $i=0,005$ ,  
6 -  $i=0,0075$ , 7 -  $i=0,0113$ , 8 -  $i=0,029$ , 9 -  $i=0,039$ , 10 - упрощенная аналитическая зависимость (см. [4] ф-ла (20))

Физику сложной зависимости сопротивления от относительной шероховатости русла, уклона и состояния потока на основании существующей теории сопротивлений объяснить не удается. Видимо, физическое объяснение такой сложной зависимости нужно искать в структуре потоков при большой относительной шероховатости русла. Наши исследования структуры таких потоков [3] показали различную зависимость величины придонного слоя от числа Рейнольдса в спокойных и бурных потоках

В потоках при большой относительной шероховатости русла ( $\frac{R}{\Delta} < 10$ ) величина придонного слоя составляет значительную долю

от всей глубины потока, поэтому его поведение при различных характерах потока существенным образом влияет на основное ядро турбулентного потока.

На основе анализа полученных результатов опытов можно высказать предположение о том, что резкое возрастание и последующее уменьшение коэффициента сопротивления в потоках малого наполнения при переходе от спокойного к бурному характеру связано с наблюдаемым при этом образованием волн и изменением разницы давления в лобовой и тыловой («затененной») зонах выступов шероховатости.

При возрастании числа Фруда до значений, приближающихся к единице, на обычные гидравлические сопротивления накладывается волновое сопротивление, что и приводит к резкому увеличению значений  $\lambda$  в этой области (рис. 3). После перехода потока в бурное состояние относительная роль волнового сопротивления уменьшается, а с ней уменьшается и значение  $\lambda$ . Картина изменения величины сопротивлений в этой области, полученная в результате наших опытов (рис. 3), аналогична характеру изменения коэффициента сопротивления при возрастании скорости движения корабля (см. [7] стр. 278 рис. 176).

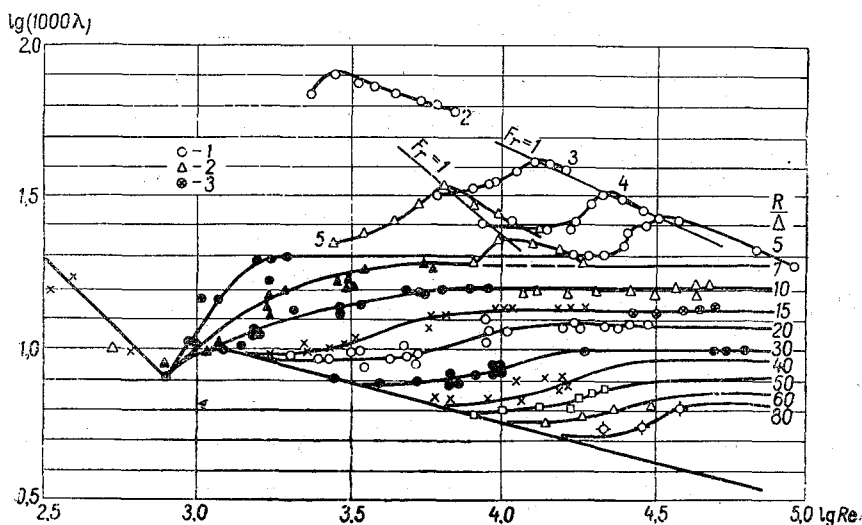


Рис. 3. График А. П. Зегжда, дополненный результатами опытов, выполненных в лаборатории ЛГМИ для потоков с повышенной шероховатостью:

1 — гравий  $\varnothing$  8 мм при  $\frac{R}{\Delta} \leq 5$ , 2 — гравий  $\varnothing$  4 мм при  $\frac{R}{\Delta}$  равном 5, 7 и 10, 3 — гравий  $\varnothing$  4 мм при  $\frac{R}{\Delta}$  равном 15

Можно полагать, что это связано с тем, что при малых скоростях спокойного потока (до определенного значения  $Re$ ) наблюдается достаточно плавное обтекание выступов шероховатости при отсутствии волн и разница в давлении у лобовой и тыловой граней отдельных выступов шероховатости невелика. При увеличении скорости давление в лобовой части выступов возрастает, а в затененной изменяется мало. При таком возрастании разности давления в потоках с большой шероховатостью, соизмеримой с глубиной, образуется волновая поверхность и резко возрастает сопротивление. К моменту перехода из спокойного состояния в бурное ( $Fg = 1,0$ ) разница давления в лобовой и тыловой

частях выступов шероховатости достигает максимума. Придонный слой при этом приближается к вершинам выступов шероховатости, а коэффициент сопротивления к максимальному значению. Дальнейшее увеличение скорости и интенсивности турбулизации после перехода в бурное состояние приводит к распространению увеличенного давления на все межвыступное пространство, уменьшению разности давления на лобовой и тыловой частях выступов и относительному уменьшению волнового сопротивления.

При больших наполнениях русла такие изменения местных давлений у выступов шероховатости и изменение коэффициента сопротивления оказываются неощутимыми по сравнению со значительно превосходящей величиной сопротивления в ядре потока.

График, представленный на рис. 3, показывает также, что при уменьшении  $\frac{R}{\Delta}$  максимальное значение  $\lambda$  смещается в сторону мень-

ших значений  $Re$ . Это объясняется тем, что с уменьшением глубины (и  $Re$ ) потока при данной величине  $\Delta$  переход потока в бурное состояние ( $Fr = 1,0$ ) происходит при меньших скоростях (и  $Re$ ). Правомерность такого смещения подтверждается следующим. Результаты опытов показывают, что максимальное значение  $\lambda$  соответствует значению

$Fr = \frac{V_k^2}{gR} = 1,0$ , находя отсюда соответствующее максимуму  $\lambda$  значение  $V_k = \sqrt{gR}$  и подставляя его в выражение числа Рейнольдса, найдем, что сопротивление должно достигать максимального значения при

$Re = \frac{V_k R}{\nu} = \frac{\sqrt{gR} R^{3/2}}{\nu}$ . Отсюда видно, что чем меньше (при данном значении  $\Delta$ ) будет глубина, а значит  $R$  и  $\frac{R}{\Delta}$ , тем при меньших значениях

$Re$  будет иметь место переход к бурному состоянию потока, что совпадает с максимальным значением коэффициента сопротивления  $\lambda_{max}$ .

Результаты выполненных нами исследований и ряда других работ, опубликованных в последние годы [1, 2, 6], дают возможность сделать следующие выводы:

1. Существующие в настоящее время полуэмпирические теории турбулентности и согласованные с ними закономерности гидравлических сопротивлений, полученные И. Никурдзе и А. П. Зегжда, не объясняют ряда важных явлений, наблюдаемых при движении турбулентных русловых потоков. В частности, эти закономерности не отражают особенностей гидравлического сопротивления в потоках повышенной шероховатости при переходе от спокойного в бурное состояние.

2. В потоках малого наполнения ( $\frac{R}{\Delta} < 10$ ) величина коэффициен-

та сопротивления зависит не только от  $\frac{R}{\Delta}$  и  $Re$ , но также и от числа

Фруда и величины уклона. Такая зависимость не находит отражения в графике А. П. Зегжда. Суммарное влияние этих факторов может быть учтено величиной придонного слоя [4, 6]. При переходе через критическое состояние в таких потоках величина  $\lambda$  резко возрастает, достигая максимума при  $Fr = 1,0$ , а после перехода в бурное состояние снова уменьшается. Это можно объяснить влиянием волнового сопро-

тивления, проявляющегося в этой области. Положение на графике (рис. 3) максимального значения  $\lambda$  по мере уменьшения величины  $\frac{R}{\Delta}$  смещается в сторону меньших значений  $Re$  в связи с тем, что по мере уменьшения глубин ( $R$ ) переход через критическое состояние ( $Fg = 1,0$ ) происходит при соответственно меньших значениях  $Re$ .

3. Большое теоретическое и практическое значение выяснения физической сущности многих сложных явлений, наблюдаемых в русловых турбулентных потоках, особенно при большой шероховатости и необходимость получения надежных, физически обоснованных расчетных зависимостей при различных состояниях потока требуют продолжения широких экспериментальных исследований таких потоков с обстоятельным изучением их структуры.

Для возможности объективного сопоставления результатов экспериментов, выполненных в различных условиях, необходимо установление единого подхода к решению некоторых основных методических вопросов. К числу таких вопросов в первую очередь относится установление плоскости отсчета глубин, что имеет особенно важное значение для потоков повышенной шероховатости, и методика учета влияния пространственности при анализе результатов опытов.

4. Изложенное выше убеждает в необходимости пересмотра расчетного аппарата для определения гидравлических сопротивлений и других характеристик безнапорных потоков. Одним из путей к решению этой задачи является использование гипотезы В. Н. Гончарова [2] о структуре руслового турбулентного потока и придонного слоя с учетом результатов работы И. К. Никитина [6]. Ниже [4] приводится изложение методики получения расчетных зависимостей для вычисления скорости и коэффициента сопротивления в турбулентных русловых потоках. Полученные таким путем расчетные зависимости оказываются применимыми и для потоков повышенной шероховатости.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян О. М. Некоторые положения современной теории гидравлического сопротивления русел и их соответствие опытным данным. Докл. Московской с.-хоз. академии им. Тимирязева, вып. 87, 1963.
2. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеониздат, Л., 1954 и 1962.
3. Ефремов В. И. Некоторые результаты экспериментальных исследований структуры придонной области равномерных русловых потоков при большой шероховатости. См. наст. сб.
4. Ефремов В. И. Основные расчетные зависимости плоского равномерного потока. См. наст. сб.
5. Зежда А. П. Гидравлические потери на трение в каналах и трубопроводах. Госстройиздат, Л.—М., 1957.
6. Никитин И. К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. Изд. АН УССР, Киев, 1963.
7. Патрашев А. Н. Гидромеханика. Изд. ВММ СССР, М., 1953.
8. Сидоров А. П. Определение коэффициента сопротивления порожистых русел сплавных рек с большой относительной шероховатостью и уклонами дна больше критического. Труды ЛТА им. С. М. Кирова, вып. 86, 1958.
9. Слободкин А. Я. Сопротивление русел порожистых участков сплавных рек и эффективность их расчистки. Автореферат диссертации. Изд. ЛТА им. Кирова, Л., 1952.
10. Яхонтов С. А. К оценке сопротивления бурного потока в зоне малых относительных глубин. Гидротехническое строительство, № 6, 1960.

---

*В. И. Ефремов*

**НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО  
ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПРИДОННОЙ ОБЛАСТИ  
РАВНОМЕРНОГО РУСЛОВОГО ПОТОКА  
ПРИ БОЛЬШОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ**

На основе экспериментальных исследований приводятся зависимости некоторых кинематических характеристик турбулентного потока как при спокойном, так и при бурном его состоянии.

Как известно, в традиционных полуэмпирических теориях турбулентного потока в качестве основной характеристики, определяющей важные параметры такого движения, вводится суммарный коэффициент (коэффициент турбулентной вязкости, длина пути смешения и т.п.), определяемый опытным путем. Природа этого коэффициента, причины, вызывающие то или иное его изменение, в этих теориях исключаются из рассмотрения. Как отмечает В. Н. Гончаров [1], по существу в традиционных теориях отбрасывается сам процесс турбулизации руслового потока, являющийся основным фактором, который характеризует турбулентное состояние течения. Поэтому происхождение и природу многочисленных явлений, связанных с природой турбулентности, на основании этих теорий объяснить не удастся.

Объяснение этих явлений может дать изучение кинематической структуры турбулентного руслового потока и особенно его придонной области, где зарождаются пульсации скоростей и давления, которые распространяются затем в толщу потока, вызывая в нем сложные вторичные движения жидкости и формируя его структуру. В связи с этим, занимаясь изучением закономерностей изменения гидравлических сопротивлений потоков малого наполнения, ведущимся нами с 1962 г. в гидравлической лаборатории ЛГМИ под руководством проф. В. Н. Гончарова, а затем доц. В. И. Полтавцева, мы проводили экспериментальные исследования структуры течения в придонной области равномерных русловых потоков.

В настоящее время описание структуры турбулентных русловых потоков вследствие чрезвычайной их сложности обычно ограничивается случаем равномерного течения в широком прямолинейном русле. Однако и для таких случаев надежных экспериментальных материалов, определяющих турбулентные характеристики течения в толще турбулентного ядра и особенно в придонном слое, где возникают пульсации скоростей, еще недостаточно. В связи с этим существенный интерес

представляет недавно опубликованная работа И. К. Никитина [4], излагающая результаты обстоятельных экспериментальных исследований структуры русловых турбулентных потоков и обобщения теоретического характера.

Отмечая плодотворность идеи В. Н. Гончарова [1] о механизме зарождения пульсаций в придонном слое и взаимодействии их с толщей потока, И. К. Никитин на основе результатов своих опытов вводит новое понятие «придонного слоя», характеризующего структуру течения в русловых потоках. Придонный слой позволяет найти общие для гладких и шероховатых русел закономерности и установить достаточно простые зависимости, определяющие основные характеристики турбулентного потока.

Учитывая, что в работе И. К. Никитина излагается новый подход к анализу структуры турбулентного потока, представляющий интерес для дальнейшей разработки теории турбулентных русловых потоков, нам кажется полезным сопоставление полученных им результатов и его выводов с результатами экспериментов, выполненных другими авторами. В частности, известные возможности для этого дают материалы наших экспериментальных исследований, выполненных по методике, отличающейся от экспериментов И. К. Никитина. В наших опытах учитывалось влияние пространственности и проводились они в условиях спокойного и бурного движения.

Измерение продольных пульсационных скоростей потока производилось полупроводниковым микротермосопротивлением типа МКМТ-16, имеющим достаточно стабильные характеристики и малую инерцию (в воде 0,1 сек). Для изоляции датчика от вертикальных и поперечных пульсационных скоростей термосопротивление помещалось в специальную трубку, обеспечивающую свободный доступ потока в направлении оси  $x$ .

Примененный нами компенсационный способ измерения малых скоростей и пульсаций полупроводниковым термосопротивлением описан в работе [2]. В качестве примера на рис. 1 приводится запись мгновенных скоростей, полученная этим способом.

Как известно [3], осреднение показаний датчика должно вестись через промежутки времени значительно большие, чем величина его инерции. Тогда искажающее влияние колебаний, период которых сравним с величиной инерции датчика или меньше его, не будет иметь места. Поэтому при обработке хронограмм за постоянную шага интегрирования принималась величина на порядок больше инерции датчика.

Учитывая, что среднее значение пульсационного отклонения от величины осредненной скорости равно нулю, оценка величины амплитуды пульсаций производилась с помощью среднего квадратичного пульсационного отклонения  $\sigma_u$ , определяемого по формуле

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{\sum (u - u_{cp})^2}{n - 1}}, \quad (1)$$

где  $u$  — мгновенная скорость,  
 $u_{cp}$  — осредненная скорость,  
 $n$  — число членов ряда.

Опыты проводились в лотке с переменным уклоном шириной 40 см, длиной 12 м и в лотке шириной 81 см, длиной 9 м при различных режимах с разными наполнениями. Шероховатость дна осуществлялась наклеиванием гравия со средним диаметром  $d_{cp} = 0,85$  см и  $d_{cp} = 1,75$  см, а также искусственной шероховатостью в виде цементных полушарий высотой 1,3 см.



По всем проведенным сериям опытов построены профили осредненных скоростей для осевой вертикали и распределение их средних квадратичных пульсационных отклонений  $\sigma_u$  по глубине потока. При анализе установлено, что максимум среднего квадратичного пульсационного отклонения продольной составляющей скорости расположен

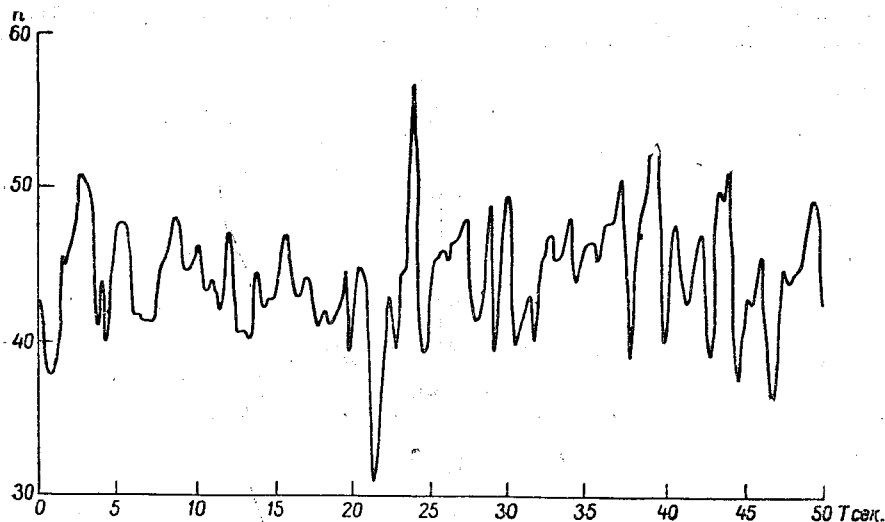


Рис. 1. Типовая запись пульсации продольной составляющей скорости.

всегда выше высоты выступов шероховатости и имеет резкий пик, соответствующий верхней границе придонного слоя, ниже которого идет линейное распределение осредненных скоростей (рис. 2), что хорошо согласуется с исследованиями И. К. Никитина. Толщина придонного слоя определялась также и методом логарифмического распределения осредненных скоростей  $\frac{u}{u_m} = f\left(\lg \frac{y}{H}\right)$ , где  $u_m$  — максимальная скорость на вертикали. Излом линии также соответствует верхней границе придонного слоя. Оба метода дают хорошее совпадение. В качестве примера приводим распределение продольных осредненных скоростей и их средних квадратичных пульсационных отклонений (см. рис. 2).

Материалы опытов дают возможность количественно определить кинематические характеристики в придонной области. Результаты измерений пульсационных скоростей между выступами шероховатости с помощью микротермосопротивления, выполненного в форме иглы, показывают наличие значительных пульсаций скорости в придонном слое. Это свидетельствует о наличии в слое беспорядочных пульсационных движений, вызванных завихрениями за выступами шероховатости, а также пульсаций, проникших в придонный слой со стороны основного турбулентного ядра течения. Следовательно, придонный слой не ламинарный, а в общем случае турбулентный.

Известно, что в гладких руслах толщина вязкого пограничного слоя  $\delta$  определяется постоянным числом

$$N = \frac{V_* \cdot \delta}{\nu}, \quad (2)$$

где  $\nu$  — кинематический коэффициент молекулярной вязкости.

Поскольку придонный слой в шероховатых руслах в общем случае турбулентный, то И. К. Никитин [4] справедливо характеризует течение в нем величиной полной турбулентной вязкости  $\epsilon_\delta$ .

Проводя аналогию с гладкими руслами и заменяя в выражении (2) коэффициент молекулярной вязкости коэффициентом  $\epsilon_\delta$ , И. К. Никитин после некоторых преобразований получает для шероховатых русел выражение числа  $N$  в виде

$$N = \frac{u_\delta}{V_*} \quad (3)$$

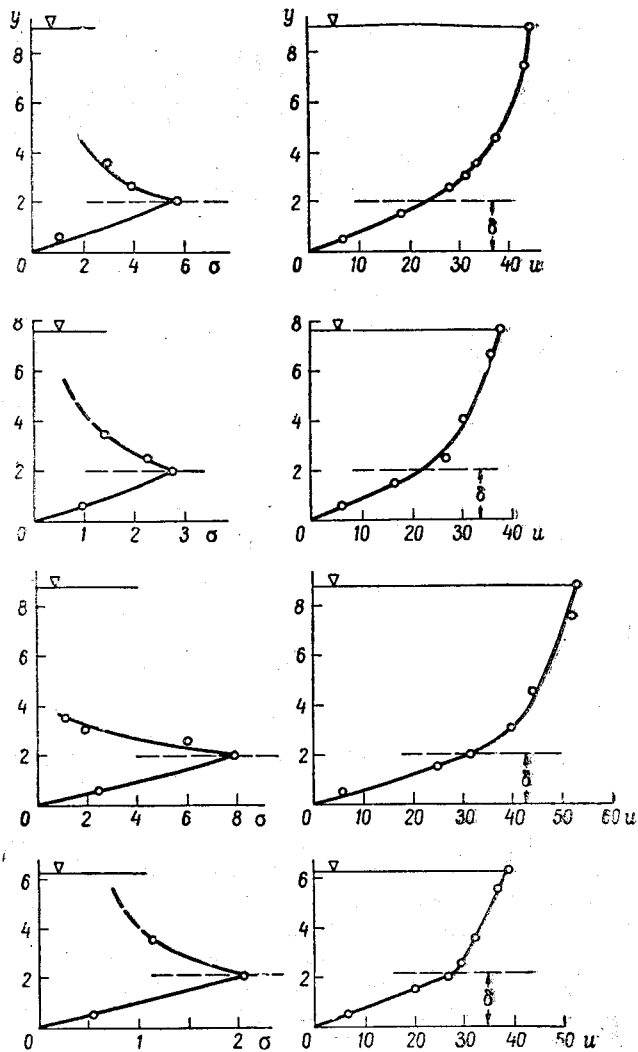


Рис. 2. Профили продольных скоростей и их средних квадратичных пульсационных отклонений:  
Шероховатость дна — гравий  $\Delta=1,5$  см;  $y$  — в см;  $u$  — в см/сек;  
 $\sigma$  — в см/сек

По данным своих опытов он показал, что в шероховатых руслах число  $N$  также является величиной постоянной, не зависящей ни от числа Рейнольдса, ни от шероховатости русла. Кроме того, из (3)

видно, что придонная скорость  $u_\delta$  полностью определяется величиной динамической скорости  $V_*$ .

Проводя сопоставление с результатами исследований И. К. Никитина, мы также на основании данных наших опытов, относящихся в отличие от опытов И. К. Никитина к случаю широких русел, с эпюр распределения осредненных скоростей и продольных средних квадратичных пульсационных отклонений снимали значения  $\delta$  и  $u_\delta$  и подсчитывали значения  $\frac{u_\delta}{V_*}$  и  $\frac{\Delta}{\delta}$ , которые представлены на рис. 3 и 4 как

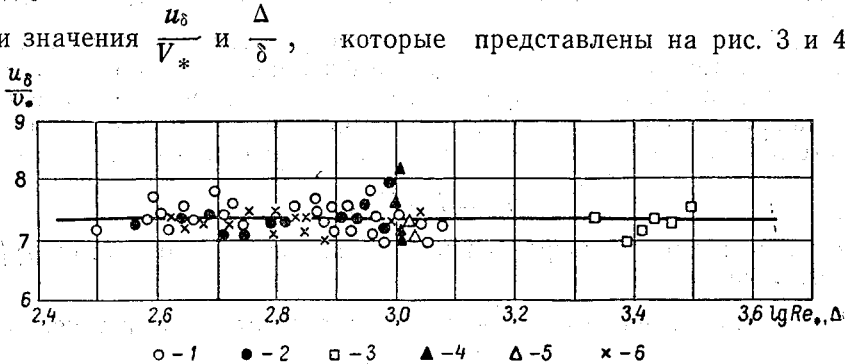


Рис. 3. Зависимость величины  $\frac{u_\delta}{V_*}$  от числа Рейнольдса на границе придонного слоя.

Шероховатость дна: 1 — гравий  $\Delta = 15$  мм, 2 — гравий  $\Delta = 8$  мм, 3 — естественный однородный камень  $\Delta = 17$  мм (опыты С. А. Яхонтова), 4 — полушария из пластилина  $\Delta = 16$  мм (опыты С. А. Яхонтова), 5 — пирамиды из пластилина  $\Delta = 20$  мм (опыты С. А. Яхонтова), 6 — цементные полушария  $\Delta = 13$  мм

функции числа Рейнольдса обтекания выступов шероховатости

$Re_{*,\Delta} = \frac{V_* \cdot \Delta}{\nu}$ . Здесь  $\Delta$  — высота выступов шероховатости, равная среднему диаметру зерен за вычетом толщины слоя наклеивающего материала. Динамическая скорость определяется соотношением  $V_* = \sqrt{gRi}$ .

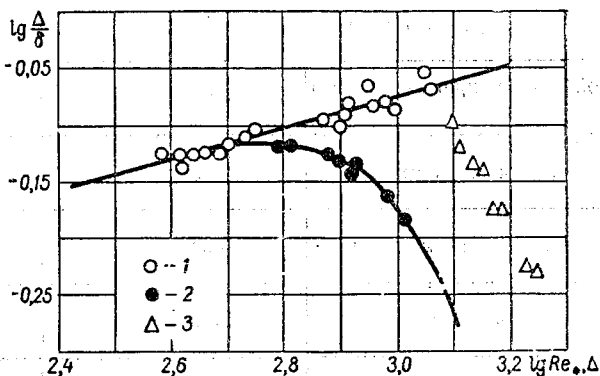


Рис. 4. График определения толщины придонного слоя: Шероховатость — гравий: 1 — спокойный поток, 2 — бурный поток. Шероховатость — искусственные полушария из пластилина: 3 — бурный поток (опыты С. А. Яхонтова)

На зависимость рис. 4 нанесены значения  $\lg \frac{\Delta}{\delta}$  для гравийной шероховатости, относящиеся к режимам при спокойном и бурном движе-

ниях потока, а также опытные данные С. А. Яхонтова [5] для искусственных полушарий при бурном состоянии потока ( $Fr > 1$ ).

Анализ графика, представленного на рис. 3, несмотря на различие в условиях экспериментов и в методике измерения скоростей, подтверждает вывод И. К. Никитина о постоянстве соотношения

$N = \frac{u_\delta}{V_*}$  и его независимости от числа Рейнольдса и шероховатости русла. Действительно, на рис. 3, как и по результатам опытов И. К. Никитина, опытные точки дают небольшие отклонения от горизонтальной прямой. Следовательно, и результаты наших опытов позволяют считать обоснованным основной вывод И. К. Никитина о том, что придонная скорость  $u_\delta$  определяется только величиной динамической скорости  $V_*$ ,

$$u_\delta = N \cdot V_*, \quad (4)$$

как в гладких, так и в шероховатых руслах, во всех областях турбулентного течения.

Поскольку значение  $N = \frac{u_\delta}{V_*}$  не зависит ни от режима течения, ни от шероховатости русла, то оно должно быть одинаковым при различных исследованиях. Однако по результатам наших опытов и некоторых данных опытов С. А. Яхонтова [5] (рис. 3)  $N = 7,4$ , а у И. К. Никитина  $N = 5,6$ . Если сопоставить эти результаты с обобщенными данными ряда других исследователей (табл. 1), приведенными в работе И. К. Никитина, то можно видеть, что значение  $N$  по данным разных исследователей колеблется в пределах от 5,6 до 9,4.

Таблица 1

Область исследований	Исследователи	$\frac{u_\delta}{V_*}$	$\frac{V_* \cdot \delta}{\nu}$
Течение в гладкой трубе круглого сечения	Лауфер	6,1	7,0
Течение в гладкой трубе прямоугольного сечения	Рейхардт	6,0	8,5
Течение в лотке с гладким дном	Фидман	5,6	5,5
Течение в лотке с шероховатым дном	Фидман	9,4	—
Течение в лотке с гладким дном	Никитин	5,6	5,6
Течение в лотке с шероховатым дном	Никитин	5,6	—
Течение в лотке с шероховатым дном	Наши исследования	7,4	—

Отклонения в количественном значении  $N$  у разных исследователей, видимо, следует объяснить специфическими условиями экспериментов и различием методики обработки полученных данных.

К числу таких условий следует отнести влияние степени пространственности потока. Как видно из рис. 5, при значении  $\frac{B}{H} = 2,2$  имеет место значительная деформация поля скоростей, включая и придонную область. В наших опытах мы стремились обеспечить непространственный режим потока (в основном  $\frac{B}{H} > 8$ ), что обеспечивало слабую деформацию поля скоростей в пределах живого сечения за счет незначительного влияния боковых стенок на поле скоростей в основном потоке.

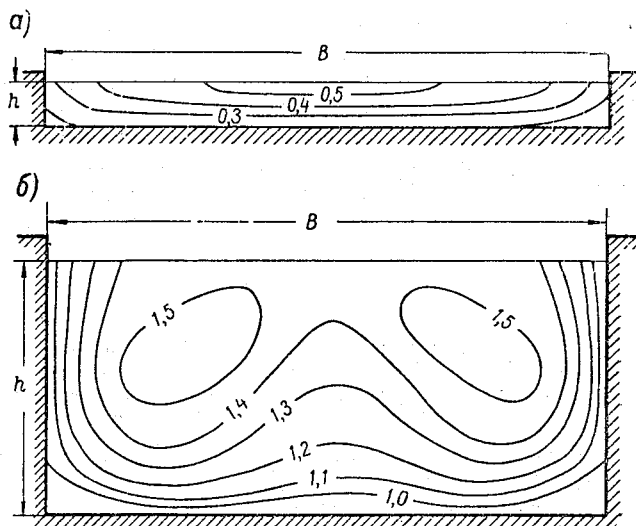


Рис. 5. Поле скоростей в поперечном сечении потока:  
 а — при больших значениях  $\frac{B}{H}$ , б — при малых значениях  $\frac{B}{H}$

Почти все опыты И. К. Никитина были проведены в условиях соотношений  $\frac{B}{H} = 0,86 \div 2,17$ , когда движение потока носило явно пространственный характер. Только два опыта были проведены при  $\frac{B}{H} = 4,29$  и  $6,67$ .

Существенное влияние на количественное значение  $N$ , особенно при потоках малого наполнения, может оказывать также выбор плоскости отсчета глубин. К сожалению, в этом вопросе до настоящего времени нет единообразия, и разные авторы производят отсчет глубин от разных плоскостей.

И. К. Никитин проводил отсчет глубин от плоскости дна. Некоторые исследователи отсчитывают глубины от верха выступов шероховатости. Определенная нами объемным способом плоскость отсчета глубин совпадала с серединой выступов шероховатости.

При разной плоскости отсчета глубин будут получаться различные значения  $R$  и, следовательно, различные значения  $V_* = \sqrt{gRi}$ , что приведет к отклонениям величины  $N$ .

Если результаты наших опытов пересчитать на глубины, отсчитываемые от плоскости дна, то вместо 7,4 получим значение  $N = 7,0$ .

Практическое определение величины придонного слоя  $\delta$  для русел с гравийной шероховатостью в исследованном нами диапазоне чисел Рейнольдса  $Re_{*,\Delta}$ , отнесенных к динамической скорости  $V_*$  и высоте шероховатости  $\Delta$ , можно производить по графику рис. 4. Анализ этого графика показывает, что при спокойном состоянии потока с увеличением числа Рейнольдса придонный слой уменьшается, асимптотически приближаясь к вершинам выступов шероховатости, что согласуется с данными И. К. Никитина. Однако при бурном состоянии потока ( $Fr > 1$ ) мы имеем вторую ветвь зависимости величины  $\delta$  от числа Рейнольдса, показывающую увеличение значений  $\delta$  с увеличением числа  $Re_{*,\Delta}$ , что качественно согласуется с данными С. А. Яхонтова для искусственных полушарий (см. рис. 4). Очевидно, с переходом потока в бурное состояние происходит срыв придонного слоя и образование качественно нового придонного слоя за счет значительного встречного поля давлений в тыловой части каждого выступа.

Поскольку экспериментальных данных для русел большой шероховатости мало, особенно при бурном состоянии потока, необходимы дальнейшие исследования придонного слоя в шероховатых руслах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
2. Ефремов В. И., Пятаков В. В. Компенсационный способ измерения малых скоростей и пульсаций полупроводниковым термосопротивлением. См. наст. сб.
3. Качурин Л. Г. Электрические измерения аэрофизических величин. Изд. ЛГУ, 1962.
4. Никитин И. К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. Изд. АН УССР, Киев, 1963.
5. Яхонтов С. А. Распределение скоростей в бурном потоке с малыми относительными глубинами. Труды МЭИ, вып. 36, 1961.

В. И. Ефремов

## ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЛОСКОГО РАВНОМЕРНОГО ПОТОКА

На основе теории проф. В. Н. Гончарова описывается расчетный аппарат плоского равномерного потока с введением характеристики придонного слоя.

Для определения таких важнейших характеристик руслового турбулентного потока, как распределение осредненных скоростей по вертикали, средняя скорость потока и коэффициент сопротивления, предложено большое количество чисто эмпирических зависимостей, а также формул, полученных на основе полуэмпирических теорий турбулентного руслового потока [5, 7]. Такие формулы применяются лишь в условиях, подобных тем, при которых они были получены.

М. А. Великанов [1] отмечает, что «...теоретической кривой распределения скоростей по вертикали до сих пор не существует и не может существовать, поскольку нет еще законченной теории турбулентного движения».

Дальнейшее усовершенствование расчетного аппарата гидравлики, очевидно, возможно лишь путем перехода от эмпирических методов к использованию развивающейся теории турбулентного потока, основанной на изучении его структуры.

Известно, что русловой поток турбулизируется под действием процессов торможения движущейся жидкости неподвижным дном. Именно в придонной области происходит зарождение пульсаций, которые распространяются затем в толщу потока, вызывая в нем сложное движение жидкости и формируя его структуру. Исходя из этого, физически обоснованная теория турбулентного руслового потока должна учитывать эти процессы.

В. Н. Гончаровым [2] были разработаны основные положения такой теории на основе схематизации процесса турбулизации, заключающейся в локальном характере зарождения у дна возмущений (вихреотделений), которые, распространяясь в толщу потока, вызывают его торможение. Однако вследствие недостаточной изученности этих процессов определение некоторых характеристик турбулентного потока, введенных В. Н. Гончаровым, оказалось затруднительным и предложенная им система уравнений осталась незамкнутой.

Нами сделана попытка определить некоторые характеристики турбулентного потока, неизвестные в исходных уравнениях и связях

В. Н. Гончарова, на основе изучения структуры потока при различных его состояниях и использовать эти уравнения для получения расчетных зависимостей турбулентного руслового потока.

Проведенные исследования структуры потока в спокойном и бурном состоянии показали наличие особого придонного слоя с линейным распределением скоростей.

Верхняя его граница, расположенная всегда выше верха выступов шероховатости дна и зависящая от их высоты и режима потока, совпадает с положением максимума пульсаций скоростей на вертикали. Следует заметить, что одна из неизвестных в системе уравнений В. Н. Гончарова, а именно, поперечный размер возмущений у дна, как указывает автор [2], также имеет связь с высотой выступов шероховатости. Очевидно, поперечный размер возмущений у дна можно характеризовать величиной турбулентного придонного слоя. Экспериментальное подтверждение зарождения «вихревых линий» непосредственно в придонном слое, которые затем перемещаются в толщу потока, можно найти в работе Теодорсена [6], где приведены фотографии этого процесса.

Не останавливаясь подробно на рассмотрении процесса перемещения возмущений (вихреотделений) в ядре потока, описанного В. Н. Гончаровым [2], используем его некоторые уравнения и связи для получения выражения местной скорости.

При движении возмущений от дна к поверхности каждое возмущение, постепенно теряя свою энергию, будет обладать меньшей продольной скоростью, чем основные массы потока, обтекающие это возмущение, и скорости отставания возмущений от основных масс потока  $\Delta u$  будут определять градиент продольных скоростей потока по оси  $y$ . Наибольшее значение вертикальной скорости вихреотделения имеет место на ординате, расположенной чуть выше верхней границы придонного слоя, где будет иметь место наибольшее значение  $\Delta u$ . Тогда на высоте  $(\delta + c)$

$$\Delta u = (\delta + c) \frac{du}{dy} \quad (1)$$

Чем больше вертикальная скорость вторжения возмущений  $V'$ , тем больше и скорость их отставания  $\Delta u$  от масс основного потока. Эту пропорциональность В. Н. Гончаров выражает связью

$$\Delta u = \alpha_1 V', \quad (2)$$

где  $\alpha_1$  — коэффициент пропорциональности.

По отмеченным выше соображениям, принимая поперечный размер возмущений у дна равным толщине придонного слоя  $\delta$ , полученное В. Н. Гончаровым уравнение изменения вертикальных скоростей возмущений (вихреотделений) в долях наибольшей скорости вихреотделения  $V'_\delta$  на внешней границе придонного слоя запишем в виде

$$\frac{V'}{V'_\delta} = \frac{\delta + c}{y + c}, \quad (3)$$

где  $c$  — параметр, связанный с высотой выступов шероховатости  $\Delta$  соотношением  $c = 0,06 \cdot \Delta$ .



Начальное значение скорости вихреотделения  $V'_0$ , по аналогии с полученным В. Н. Гончаровым [2, стр. 79] выражением, можно записать в виде

$$V'_0 = \alpha_2 u_0. \quad (4)$$

Чем больше придонная скорость  $u_0$ , тем больше максимальная скорость вихреотделения  $V'_0$ .

Из уравнения (3) следует, что

$$V' = \frac{(\delta + c) V'_0}{y + c}. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), а затем в (2), получим

$$\Delta u = \alpha_1 V' = \frac{\alpha_1 \alpha_2 (\delta + c) u_0}{y + c}. \quad (6)$$

Учитывая, что придонная скорость  $u_0$  определяется только динамической скоростью  $V_* = \sqrt{gRi}$  ( $R$  — гидравлический радиус,  $i$  — уклон) (см. [3]) и выражается соотношением

$$u_0 = 7,4 V_*, \quad (7)$$

то подставляя (7) в (6) и обозначая  $\alpha_1 \alpha_2 = k$ , получим с учетом (1)

$$\Delta u = \alpha_1 V' = \frac{k \cdot 7,4 \cdot V_* (\delta + c)}{y + c} = (\delta + c) \frac{du}{dy}.$$

Отсюда

$$du = k \cdot 7,4 \cdot V_* \frac{dy}{y + c}.$$

Проинтегрировав это выражение по  $y$ , получим

$$u = k \cdot 7,4 \cdot V_* \ln \left( \frac{y}{c} + 1 \right) + D = k \cdot 7,4 \cdot V_* \ln \left( \frac{y}{c} + 1 \right). \quad (8)$$

Постоянная интегрирования  $D$  равна нулю, так как при  $y = 0$  будет равна нулю и местная скорость.

Заменяя  $c = 0,06 \cdot \Delta$  по данным В. Н. Гончарова и переходя к десятичным логарифмам в (8), получим выражение для местной скорости в виде

$$u = k \cdot 17,0 V_* \lg \left( \frac{16,7 \cdot y + \Delta}{\Delta} \right). \quad (9)$$

Значение коэффициента  $k$  определено по данным опытов с привлечением натуральных данных и выражается зависимостями:

$$\text{при } 1 > \frac{\delta}{h} \geq 0,12 \quad k = -0,05 \frac{\delta}{h} + 0,355; \quad (10)$$

$$\text{при } 0,034 < \frac{\delta}{h} < 0,12 \quad k = 188 \cdot 10^{-6} \left( \frac{\delta}{h} \right)^{-1,97} + 0,338, \quad (11)$$

где  $h$  — глубина на вертикали.

Расчет по (9) с использованием данных опытов показывает, что при любых значениях  $\frac{u}{V_*}$  значение  $k \cdot 17,0 \approx 6,2 = a$  (рис. 1). Тогда

$$u = 6,2 V_* \lg \left( \frac{16,7 \cdot y + \Delta}{\Delta} \right). \quad (12)$$

Формула (12) действительна при  $y \geq \delta$ . В придонном слое имеет место линейное распределение скоростей и при  $y \leq \delta$  значение местной скорости будет определяться выражением

$$u = 7,4 \cdot V_* \frac{y}{\delta}. \quad (13)$$

Для частного случая на границе придонного слоя при  $y = \delta$  получим  $u_\delta = 7,4 \cdot V_*$ . Сравнением расчетных значений  $u$  по (12) и (13) с опытными данными приведено на рис. 2.

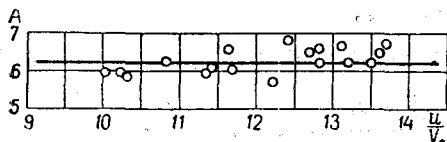


Рис. 1. Зависимость  $A = f\left(\frac{u}{V_*}\right)$

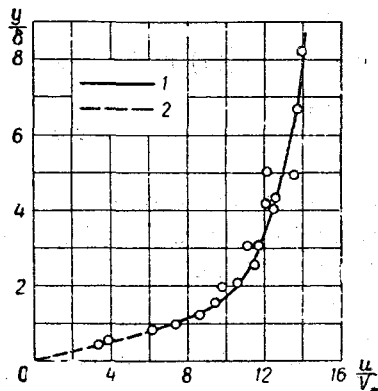


Рис. 2. Сравнение расчетных значений местной скорости с опытными данными:

1 — зависимость (11), 2 — зависимость (12)

Учитывая различный характер распределения скоростей в придонном слое и в основном ядре потока, выражение для средней скорости можно записать в виде

$$V = \frac{1}{H} \left( \int_0^\delta u dy + \int_\delta^H u dy \right). \quad (14)$$

Первый интеграл по условию линейности распределения скоростей в придонном слое равен  $\frac{u_\delta \cdot \delta}{2}$ . Второй интеграл определяется подстановкой значения  $u$  по формуле (9). Вводя некоторые упрощения, практически не понижающие точности расчетов, как

$$\frac{16,7 \cdot H + \Delta}{\Delta} \approx \frac{16,7 \cdot H}{\Delta}, \quad \left( \ln \frac{16,7 \cdot H}{\Delta} - 1 \right) = \ln \frac{6,15 \cdot H}{\Delta},$$

$$\frac{16,7 \cdot \delta + \Delta}{\Delta} \approx \frac{16,7 \cdot \delta}{\Delta}, \quad \left( \ln \frac{16,7 \cdot \delta}{\Delta} - 1 \right) = \ln \frac{6,15 \cdot \delta}{\Delta},$$

выражение для средней скорости потока, согласно (14), принимая во внимание, что  $u_\delta = 7,4 \sqrt{gHi}$ , будет иметь вид

$$V = \left[ k \cdot 17,0 \left( \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta} - \frac{\delta}{H} \lg \frac{6,15 \cdot \delta}{\Delta} \right) + 3,7 \frac{\delta}{H} \right] \sqrt{gHi}. \quad (15)$$

Для учета формы поперечного сечения русел глубину потока  $H$  в (15) можно заменить величиной гидравлического радиуса  $R$ . Значения  $k$  в (15) определяются зависимостями (10) и (11).

Анализ выражения (15), принимая во внимание, что  $k \cdot 17,0 \approx 6,2$  (см. рис. 1), показывает, что при  $\frac{H}{\Delta} > 10$  действительно и более простое выражение средней скорости потока в виде

$$V = 6,2 \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta} \sqrt{gHi}. \quad (16)$$

Обычно вычисление величины средней скорости турбулентного руслового потока производится с помощью коэффициента Шези  $C$  или коэффициента сопротивления  $\lambda$ . Поскольку нами уже получено выражение для средней скорости потока, в которое эти характеристики не входят, то нет необходимости в их определении. Однако для сопоставления результатов наших исследований с выполненными ранее получены и эти характеристики.

Коэффициент Шези  $C$  в метрических мерах из (16) равен

$$C = 19,4 \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta}. \quad (17)$$

Как известно, в открытых потоках касательное напряжение действующих сил, равное  $\tau = \gamma (H - y) \cdot i$ , увеличивается от нуля на поверхности до наибольшего значения у дна, равного  $\tau_0 = \gamma Hi$ .

Сопротивления, связанные со скоростью обтекания, выражают в долях скоростного напора  $\frac{V^2}{2g}$ , причем эту долю принято обозначать  $\lambda$ . Это общепринятое условие будет иметь вид

$$\tau_0 = \gamma \lambda \frac{V^2}{2g} = \gamma Hi. \quad (18)$$

Коэффициент сопротивления  $\lambda$  из (18) будет равен

$$\frac{1}{V\lambda} = \frac{V}{\sqrt{2gHi}}. \quad (19)$$

Подставляя значение средней скорости потока из (15) в (19), получим выражение для определения коэффициента сопротивления в виде

$$\frac{1}{V\lambda} = 0,71 \left[ k \cdot 17,0 \left( \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta} - \frac{\delta}{H} \lg \frac{6,15 \cdot \delta}{\Delta} \right) + 3,7 \frac{\delta}{H} \right]. \quad (20)$$

Подставляя значение  $V$  из (16) в (19), получим упрощенное выражение для  $\lambda$ , применимое при  $\frac{H}{\Delta} > 10$  в виде

$$\lambda = \frac{1}{\left( 4,4 \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta} \right)^2}. \quad (21)$$

Как показала проверка формулы (20), при большой относительной шероховатости русла для спокойного состояния потока коэффициент

сопротивления увеличивается с увеличением числа Рейнольдса (при  $\frac{H}{\Delta} = \text{const}$ ), а при бурном состоянии потока — уменьшается, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. При увеличении значений  $\frac{H}{\Delta}$  (от 10 и более) относительная толщина придонного слоя  $\frac{\delta}{H}$  уменьшается, приближаясь к значению  $\frac{\Delta}{H}$ , поэтому в области наполнений  $\frac{H}{\Delta} \geq 10$  сопротивления будут определяться только величиной  $\frac{H}{\Delta}$ . В связи с этим формула (15) переходит в (16) и, соответственно, формула (20) в (21).

Сравнение формулы (21) с формулами А. П. Зегжда

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 4 \lg \frac{H}{k_{\Delta}} + 4,25 \quad (22)$$

и В. Н. Гончарова

$$\lambda = \frac{1}{\left(4 \lg \frac{6,15 \cdot H}{\Delta}\right)^2} \quad (23)$$

показало, что формула (21) имеет хорошее совпадение с формулой А. П. Зегжда при  $\frac{H}{\Delta} > 10$ . Это указывает на стык наших исследований с исследованиями А. П. Зегжда, проведенными фактически при  $\frac{H}{\Delta} > 10$ .

В формуле (22) величина  $k_{\Delta}$  представляет собой некоторую переменную гидравлическую характеристику, зависящую от среднего диаметра элемента шероховатости  $d_{\text{ср}}$ . У А. П. Зегжда на графике связи  $k_{\Delta}$  и  $d_{\text{ср}}$  величина  $k_{\Delta}$  с увеличением  $d_{\text{ср}}$  по абсолютным значениям приближается к  $d_{\text{ср}}$  и при  $d_{\text{ср}} = 4 \text{ мм}$ ,  $k_{\Delta} = 0,95 d_{\text{ср}}$ . Следовательно, для крупной шероховатости можно принять  $k_{\Delta} = d_{\text{ср}}$  или же в соответствии с нашей методикой оценки шероховатости можно принять  $k_{\Delta} = \Delta$ , поскольку при исследованиях нами применялась крупная шероховатость. Формула В. Н. Гончарова дает несколько завышенные значения.

При большой относительной шероховатости формула (20) дает уточненные значения  $\lambda$  по сравнению с другими существующими формулами, так как через величину придонного слоя  $\delta$  она отражает влияние всех факторов на величину коэффициента сопротивления, в том числе и форму элементов шероховатости.

Сравнение расчетных значений средней скорости по формуле (15) при разных наполнениях русел с измеренными для рек различного типа (равнинные, полугорные и горные) показало, что максимальное расхождение расчетных значений от фактических не превышает 10%. Формула (15) может быть использована при расчетах пропускной способности естественных русел и при экстраполяции кривых расходов воды.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Великанов М. А. Динамика русловых потоков. Гостехиздат, М., 1954 и 1955.
2. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
3. Ефремов В. И. Некоторые результаты экспериментального исследования структуры придонной области равномерного руслового потока при большой шероховатости. См. наст. сб.
4. Зегжда А. П. Гидравлические потери на трение в каналах и трубопроводах. Госстройиздат, Л.—М., 1957.
5. Караушев А. В. Проблемы динамики естественных водных потоков. Гидрометеоздат, Л., 1960.
6. Сборник «Проблема пограничного слоя и вопросы теплопередачи». Госэнергоиздат, М.—Л., 1960.
7. Сборник «Проблемы турбулентности», ОНТИ НКТП СССР, М.—Л., 1936.

Н. Б. Барышников, В. Ф. Николаев

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ РУСЛА С РАЗЛИЧНОЙ ПО ШИРИНЕ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Анализируются данные экспериментов. Установлено, что пропускная способность взаимодействующих отсеков русла с различной по ширине шероховатостью меньше, чем аналогичных, но изолированных отсеков. Снижение пропускной способности объясняется затратами энергии на турбулентное взаимодействие отсеков, движущихся с различными скоростями. Величина такого уменьшения может достигать 30% от величины расхода. Подобного типа потоки встречаются как в горных, так и в равнинных условиях (реки, зарастающие растительностью, и др.).

В 1962—1965 гг. в гидравлической лаборатории Ленинградского гидрометеорологического института проведено несколько серий опытов с целью изучения полей скоростей и пропускной способности русел с различной по ширине шероховатостью. В данной работе приводятся результаты анализа четырех серий опытов, выполненных в лотке, основные параметры которого приведены на рис. 1. Уклон дна установки был постоянным во всех опытах и равным 2,8‰.

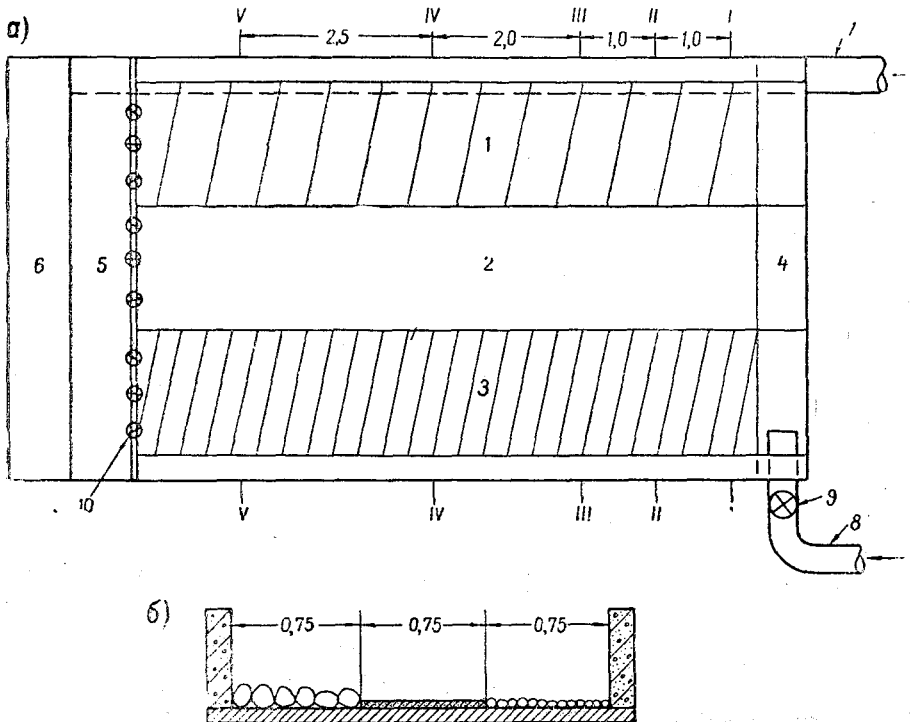


Рис. 1. Схема установки:

а — план, б — поперечное сечение, 1—3 — отсеки русла с различной шероховатостью, 4 — головное устройство, 5 — контрольный водослив, 6—7 — водосборные сооружения, 8 — подводный трубопровод, 9 — задвижка, 10 — регулирующие жалюзи

Для решения вопроса о пропускной способности русел в указанном лотке были смонтированы три призматических отсека русла. Дно правого выложено щебнем крупностью 4,5 см, левого — галькой крупностью 1,8 см, а дно среднего выполнено из стекла толщиной 5—6 мм (рис. 1а). Каждый из отсеков русла был изолирован от соседних стеклянными стенками. Боковые стенки первого и третьего русел выполнены из стекла. Тарировка отсеков русел производилась треугольным водосливом, предварительно протарированным объемным способом. Результаты тарировки приведены в табл. 1.

Таблица 1

Н, см	Расходы воды Q, л/сек						
	Q <sub>1</sub> K=4,5 см	Q <sub>2</sub> гл.	Q <sub>3</sub> K=1,8 см	Q <sub>1</sub> +Q <sub>2</sub>	Q <sub>1-2</sub>	Q <sub>2</sub> +Q <sub>3</sub>	Q <sub>2-3</sub>
2,0	0,2	3,4	1,8	3,6	5,2	5,2	5,6
3,0	0,6	6,2	4,2	6,8	8,6	10,4	10,2
4,0	1,0	11,4	6,9	12,4	12,6	18,3	16,1
5,0	1,9	17,7	9,2	19,6	17,2	26,9	22,8
6,0	3,1	24,9	13,1	28,0	22,2	38,0	31,6
7,0	4,6	34,3	16,7	38,9	28,8	51,0	41,2
8,0	6,6	44,0	22,2	50,6	36,0	66,2	52,8
9,0	9,1	55,7	25,3	64,8	44,0	80,3	65,0
10,0	12,0	66,4	29,6	78,4	53,0	96,0	78,0
11,0	15,1	76,9	—	92,0	62,8	—	—
12,0	18,3	87,1	—	105,4	73,4	—	—

После получения надежных кривых расходов для изолированных отсеков стеклянные перегородки были поочередно удалены, произведена тарировка двух взаимодействующих отсеков (табл. 1) и получены кривые расходов для русел с двумя резко отличными по ширине шероховатостями (рис. 2). На этом же рисунке приведены суммарные кривые пропускной способности изолированных отсеков русла.

Как видно на рис. 2, почти по всей амплитуде уровней суммарная для изолированных отсеков кривая расходов воды лежит значительно правее кривой для соответствующих взаимодействующих отсеков, т. е. пропускная способность изолированных отсеков больше, чем взаимодействующих. Причиной этого являются затраты энергии на массообмен и образование (в зоне взаимодействия отсеков с различной шероховатостью) и перемещение вихрей в поперечном направлении. Эти затраты значительно превышают таковые на трение о гладкую разделительную стенку, тем самым существенно снижая значения продольных скоростей потока, а следовательно, и его пропускную способность. В данном случае мы имеем дело с явлением аналогичным уменьшению пропускной способности русла при взаимодействии его с поймой [1, 2]. Как в том, так и в другом случае взаимодействуют потоки двух отсеков, движущиеся с различными скоростями [3, 4]. В нижней части кривых расходов воды примерно до заполнения, равного высоте шероховатости, суммарная для изолированных отсеков кривая расположена левее кривой для взаимодействующих отсеков, т. е. пропускная способность вза-

взаимодействующих отсеков больше, чем изолированных. Это явление можно объяснить тем, что при малых наполнениях и больших шероховатостях режим потока близок к ламинарному. Турбулизация его еще мала и на границе раздела взаимодействующих отсеков образование вихрей либо полностью отсутствует, либо мало. Поэтому затраты энергии на их образование и перемещение значительно меньше, чем затраты энергии на трение о разделительную стенку. Действительно, числа Рейнольдса при этих наполнениях колеблются в пределах от 200 до 1330, что полностью подтверждает приведенные объяснения.

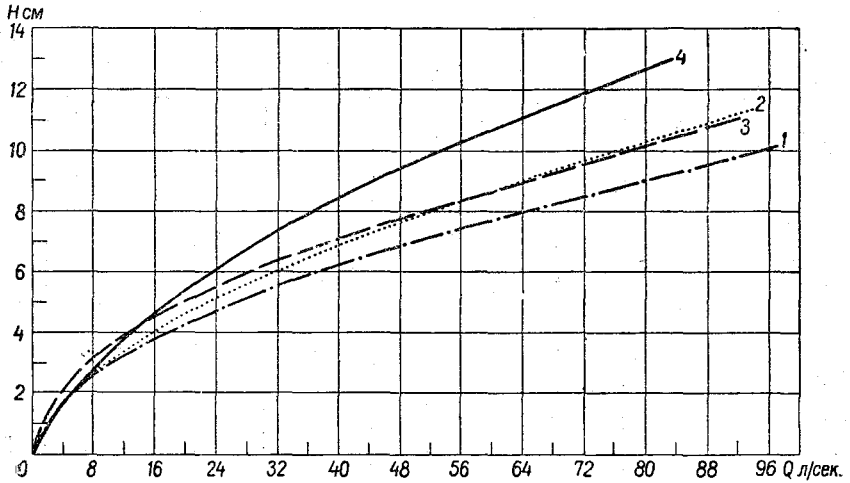


Рис. 2. Совмещенные кривые расходов воды для взаимодействующих отсеков русла:

1 — суммарная кривая расходов для изолированных отсеков ( $K_{\text{гл}} - K = 1,8 \text{ см}$ ), 2 — кривая расходов для взаимодействующих отсеков ( $K_{\text{гл}} - K = 1,8 \text{ см}$ ), 3 — суммарная кривая расходов для изолированных отсеков ( $K_{\text{гл}} - K = 4,5 \text{ см}$ ), 4 — кривая расходов для взаимодействующих отсеков ( $K_{\text{гл}} - K = 4,5 \text{ см}$ )

Пересечение кривых расходов воды суммарной и для взаимодействующих отсеков (второго и третьего) происходит на глубинах несколько больших  $2 \text{ см}$ , т. е. тогда, когда частицы, слагающие русло ( $K = 1,8 \text{ см}$ ), полностью погребены под водой. Это можно, повидимому, объяснить как замедленным развитием процесса вихреобразования в зоне взаимодействия, так и точностью исходных данных. Действительно, расхождение кривых расходов воды ( $\Delta Q$ ) при глубине  $2 \text{ см}$  не превышает  $0,4 \text{ л/сек}$ , что близко к точности измерения по водосливу (учитывая, что при вычислениях этой разности производятся операции с тремя величинами).

Для оценки влияния глубины и шероховатости на интенсивность вихреобразования в зоне взаимодействующих отсеков были построены

графические зависимости (рис. 3) вида:  $\Delta Q = f(H, K)$  и  $\frac{\Delta Q}{Q_{\text{гл}} + Q_{\text{ш}}} = f(H, K)$ .

После преобразования последнее выражение будет иметь вид

$$1 - \frac{Q_{\text{гл} + \text{ш}}}{Q_{\text{гл}} + Q_{\text{ш}}} = f(H, K),$$

где  $\Delta Q = Q_{\text{гл}} + Q_{\text{ш}} - Q_{\text{гл} + \text{ш}}$  — при постоянном значении глубины и шероховатости русла;



$Q_{ш}$  — расход воды в изолированном отсеке русла с шероховатым дном;

$Q_{гл}$  — расход воды в изолированном отсеке русла с гладким дном;

$Q_{гл+ш}$  — расход воды во взаимодействующих гладком и шероховатом отсеках.

Как видно из рис. 3, в пределах амплитуды наблюдений абсолютная разность расходов непрерывно возрастает, но интенсивность приращений достигает максимума при глубине 7 см ( $K = 1,8$  см) и 9 см ( $K = 4,5$  см), после чего эта интенсивность довольно быстро падает.

Особенно четко это положение прослеживается по кривой  $\frac{\Delta Q}{Q_{гл} + Q_{ш}} = f(H, K)$ , где при глубинах 8 см ( $K = 1,8$  см) и 10 см ( $K = 4,5$  см) наблюдается перегиб и изменение направления кривых. По вопросу о влиянии разности шероховатостей отсеков русел можно сделать лишь предварительные выводы, ибо эксперименты проведены только с двумя различными разностями шероховатостей.

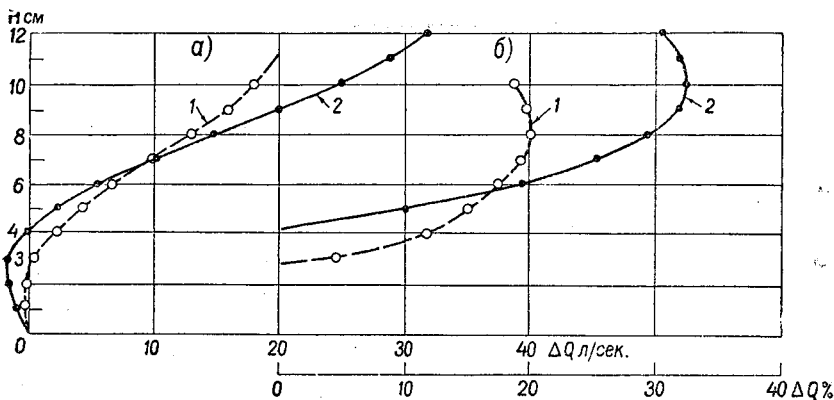


Рис. 3. Кривые зависимости уменьшения пропускной способности отсеков из-за взаимодействия от глубины и шероховатости:

$$1 - K_{гл} - K_{1,8}; \quad 2 - K_{гл} - K_{4,5}; \quad a - \Delta Q = f(H), \quad б - \frac{\Delta Q}{Q} = f(H)$$

Как видно из рис. 3, при меньшей разности шероховатостей вихреобмен возникает в зоне взаимодействия отсеков и развивается раньше, чем при большей разности шероховатостей, но интенсивность его развития меньше. Действительно, положительные отклонения расходов воды  $\Delta Q$  начинаются с глубины 2,5 см (при  $K = 1,8$  см), а при  $K = 4,5$  см — с глубины 4 см.

Но уже при глубинах, близких к 7 см, величины  $\Delta Q$  для обоих шероховатостей сравниваются. Кривые  $\Delta Q = f(H)$  пересекаются. И кривая  $\Delta Q_{K=1,8} = f(H)$  начинает значительно отклоняться от аналогичной кривой при  $K = 4,5$  см влево.

Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Пропускная способность русел с различной по ширине шероховатостью снижается по сравнению с аналогичными, но изолированными отсеками русла за счет массообмена и возникновения и перемещения вихрей в зоне взаимодействия отсеков с различной по ширине шероховатостью.

2. При расчетах пропускной способности горных и полугорных рек гидравлическим способом, когда поток разбивается на отсеки с однородной по ширине шероховатостью и для каждого из них подсчитывается пропускная способность, необходимо учитывать, что полный расход, полученный суммированием расходов отсеков, будет завышен по сравнению с фактическим. Величина этого завышения по нашим данным может достигать 32%.

3. С ростом разницы шероховатостей взаимодействующих отсеков вероятная ошибка гидравлических расчетов будет возрастать.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
2. Железняков Г. В. Гидравлическое обоснование методов речной гидрометрии. Изд-во АН СССР, М.—Л., 1950.
3. Железняков Г. В. Гидрометрия. Изд-во «Колос», М., 1964.
4. Спицын И. П. О механизме взаимодействия потоков основного русла и поймы. Труды ЛГМИ, вып. 13, 1962.

И. П. Спицын

## ВЛИЯНИЕ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ СКОРОСТНОГО ПОЛЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ПОТОКА

Рассматривается вопрос о причине возникновения вторичных течений в прямолинейном потоке и влияние их на формирование скоростного поля потока.

Установлено, что в прямолинейном потоке любой формы и ширины возникают вторичные течения вследствие неравенства касательных напряжений по ширине потока в виде отдельных винтовых шнуров, которые являются причиной заглупления максимальной скорости на вертикалях под поверхность воды и образования нескольких гидравлических центров потока.

При решении большинства гидравлических задач весьма существенное место принадлежит изучению скоростной структуры водного потока. Не имея в настоящее время надежных теоретических методов расчета кинематической структуры потока, появляется необходимость в каждом отдельном случае изучать ее экспериментально. Результаты обработки данных измерения скоростного поля потока, выполненные за последние годы в гидравлической лаборатории ЛГМИ, представлены на рис. 1 полями изотак в живом сечении потока для прямолинейных русел различной формы сечения и шероховатости. Сравнение измеренных полей изотак и эпюр распределения скоростей на вертикалях (рис. 1, 2) с расчетными по рекомендуемым в литературе [3, 4, 10, 14 и др.] формулам показало, что при их расчете недостаточно таких параметров живого сечения, как глубина, ширина, гидравлический радиус, смоченный периметр, абсолютная и относительная шероховатость дна и стенок. Из формул следует, что максимальная скорость на вертикалях находится на поверхности потока. Изотак расчетных скоростей в прямоугольном русле подходят к поверхности потока по нормали, они параллельны стенкам и дну потока. Фактически наблюдается иная картина поля изотак. Как видно из рис. 1 и 2, изотак подходят к поверхности потока не по нормали, а под углами, отличными от прямых. Максимальная скорость на вертикалях вблизи стенок лежит под поверхностью потока. Местами наблюдается выгиб изотак в придонном слое вверх и провал изотак поверхностного слоя от поверхности к дну потока. Поток как бы разделен на части с несколькими гидравлическими центрами.

Подобные особенности распределения скоростей давно отмечались исследователями. К более ранним можно отнести исследования Базена [21], Прандтля [18], Гончарова [3] и др. К числу исследований, в которых разносторонне изучались причины заглупления максимальной скорости на вертикалях под поверхностью потока, можно отнести исследование Гибсона [2, 24]. Из анализа полученных опытных данных Гибсон

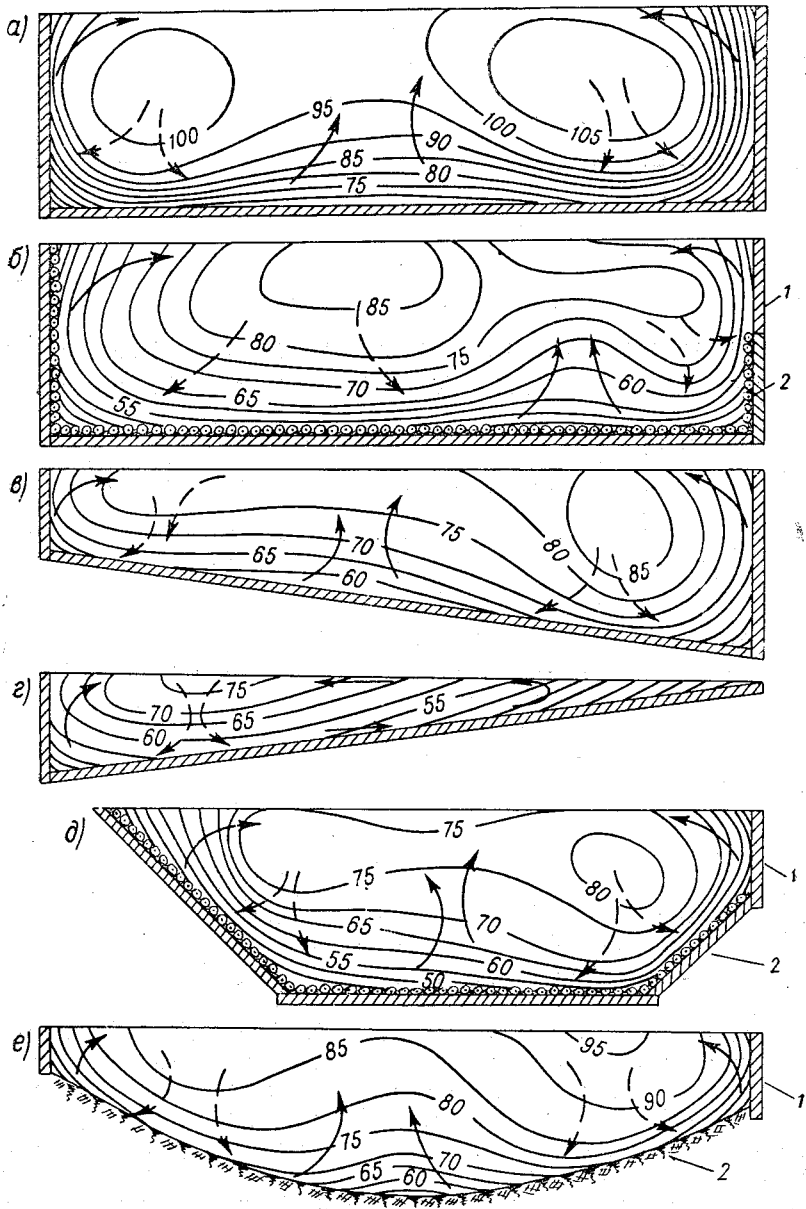


Рис. 1. Распределение скоростей в открытых руслах различной формы сечения и шероховатости:

- $a - \left( \frac{B}{H} = 3,6, \Delta = 0,16 \text{ мм} \right);$ 
 $b - \left( \frac{B}{H} = 3,6, 1 - \Delta = 0,16 \text{ мм}; 2 - \Delta = 2,0 \text{ мм} \right);$   
 $в - \left( \frac{B}{H} = 3,8; \Delta = 0,16 \text{ мм} \right);$ 
 $г - \left( \frac{B}{H} = 6,8; \Delta = 0,16 \text{ мм} \right);$ 
 $д - \left( \frac{B}{H} = 3,7;$   
 $1 - \Delta = 0,16 \text{ мм}; 2 - \Delta = 0,9 \text{ мм} \right);$ 
 $е - \left( \frac{B}{H} = 4,2; 1 - \Delta = 0,16 \text{ мм}; 2 - \Delta = 0,25 \text{ мм} \right)$

пришел к выводу, что причиной перечисленных выше особенностей формирования скоростного поля являются поперечные течения, скорость которых в отдельных случаях может достигать до 5% от скорости поступательного движения. Аналогичные поперечные течения наблюдали в лабораторных условиях Мюллер [26, 27], Казей [25], Ванони [22], Вильямсон [23]. В естественных условиях поперечные течения наблюдал Лелявский [6]. Особое место в изучении вопроса о влиянии поперечных течений на формирование поля скоростей занимают работы Лосиевского [7, 8], Потапова [17], Зрелова [5], Маккавеева [9, 10] и Офицерова [15, 16]. В последней поперечное течение именуется вторичным в отличие от первичного или основного течения, характеризующегося такими параметрами живого сечения, как глубина, ширина, гидравлический радиус, смоченный периметр, абсолютная и относительная шероховатость дна и стенок.

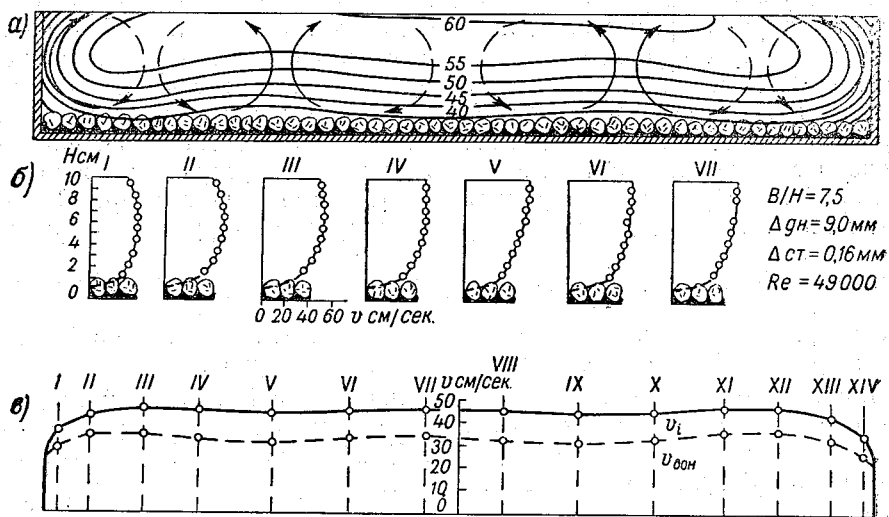


Рис. 2. Изоахи в прямоугольном русле (а), кривые распределения скоростей на вертикалях (б) и по ширине потока (в).

В теоретическом плане вопросы о вторичных течениях решались в трудах Миловича [11], Труфанова [19, 20], Васильева [1]. В последнем, как и в работе Офицерова [16], содержится также разбор всех работ, касающихся этого вопроса, и полная библиография.

Изучение перечисленных выше работ позволило прийти к выводу о том, что в потоке всегда имеют место вторичные течения, в виде вихревых шнуров, сопутствующие основному течению и носящие регулярный характер. Они накладываются на основной поток и влияют на формирование его скоростного поля. Хотя большинство рассмотренных выше работ относятся к исследованию скоростей структуры потока в прямоугольных руслах, аналогичная картина, как это видно на рис. 1, наблюдается в потоках других форм сечения русла.

При нескольких вихревых шнурах кривая распределения скоростей по ширине потока носит волнообразный характер (и имеет несколько точек с максимальными скоростями). Так в прямоугольном, трапециевидальном и параболическом руслах при  $B \approx 4H$  наблюдается два максимума скорости. В несимметричном треугольном русле — только один. Максимальная скорость на отдельных вертикалях вблизи стенок,

как это показано на рис. 2, погружена под поверхность потока. Изогнутые образуют углы со свободной поверхностью, по которым можно судить о направлении поперечных течений. По Лосиевскому [8], направление острого угла изогнутых при подходе к поверхности прямоугольного потока определяет собой направление поперечных течений. Выгиб изогнутых придонного слоя вверх определяет собой место восходящих поперечных токов.

Провал изогнутых поверхностного слоя определяет собой место, где поперечные течения направлены от поверхности к дну потока. На представленных схемах (рис. 1, 2) формой изогнутых достаточно рельефно выражены эти признаки, по которым можно определить направление вторичных течений. Линии токов этих течений, основное направление которых показано пунктирными линиями, являются замкнутыми кривыми и определяют форму вихревых шнуров. По мнению Казея [25], форма вихревых шнуров образующихся вторичных течений близка к окружности. Диаметр шнуров примерно равен глубине потока. Зрелов [5] экспериментальным путем установил, что форма вихревых шнуров в зависимости от геометрических размеров русла может иметь вид эллипса с различным соотношением осей. Казей [25] считает, что число вихревых шнуров всегда должно быть четным и зависит от соотношения ширины потока и его глубины. Эти выводы согласуются с результатами наших опытов. Так, на рис. 1 во всех руслах, кроме треугольного, при  $B \approx 4H$  можно выделить по две пары вихревых шнуров. В других опытах при больших соотношениях  $\frac{B}{H}$  число пар вихревых шнуров увеличивается.

В некоторых опытах нам удалось выявить до шести пар шнуров. Так, на рис. 2 при  $B \approx 7H$  можно выделить три пары шнуров.

Наиболее отчетливо признаки влияния вторичных течений на форму изогнутых и распределение скоростей на вертикалях выражены у стенок (рис. 1, 2). Это, по мнению Офицерова [16], указывает на то, что именно у стенок возбуждаются и зарождаются основные шнуры поперечных течений.

При относительно узком потоке  $B \leq (2-3)H$  эти два основных шнура замыкаются, охватывая все живое сечение потока. При таком характере вторичных течений наблюдается один максимум продольных скоростей в середине потока. Кривая распределения средних скоростей вертикалей по ширине потока имеет выпуклую форму. В растянутом по ширине потоке по наблюдениям Потапова [17] эти основные шнуры вызывают индуктивную поперечную циркуляцию с обратным направлением вращения и со значительно меньшей, а иногда ничтожной интенсивностью. Поток при этом распадается на ряд согласованно движущихся пар винтовых шнуров. При  $B \approx 4H$ , как это показано на рис. 1, во всех руслах, кроме треугольного, можно выделить по две пары винтовых шнуров, одна пара у стенок — основная и одна — индуктивная. Поток, благодаря такой циркуляции, разделен восходящими по середине тока на две части с двумя максимумами скорости. Кривая распределения средних скоростей вертикалей по ширине потока имеет провал в области восходящих токов. На рис. 2 (при  $B = 7H$ ) представлена картина изогнутых и кривые распределения скоростей с тремя парами винтовых шнуров: одной основной и индуктивной, парами первого и второго порядка. Как показывают изогнутые и кривые распределения скоростей, интенсивность циркуляции в шнурах с увеличением их порядка затухает. Изогнутые и горизонтальная кривая распределения скорости с удалением от стенки переходят в прямые линии, параллельные дну потока.

Форма эпюр скоростей на вертикалях приближается к общепринятой с максимумом скорости на поверхности. Изотахи в придонном слое и кривые изменения местных скоростей, измеренных на уровне высоты выступов шероховатости, по ширине потока (рис. 2) показывают, что областям восходящих токов соответствует минимум донных скоростей. Этим можно объяснить наблюдаемое в опытах отложение наносов в этих областях в виде продольных гряд, параллельных боковым стенкам. Анализом опытного материала при очень растянутой ширине прямоугольного потока ( $B > 20H$ ) удалось установить, что интенсивность винтовых шнуров уже пятой пары почти не оказывает влияния на формирование скоростного поля потока и на форму изотак. Часть потока, в которой поперечная циркуляция затухает, близка к плоскому. В районе боковых стенок, где влияние вторичных течений особенно велико, поле скоростей почти всегда имеет пространственный характер.

Основная физическая причина возникновения вторичных течений, по мнению Прандтля [18], заключается в неравенстве касательных напряжений по ширине потока. Гончаров [3] считает также одной из причин поперечных смещений в потоке — несоответствие в отдельных областях потока касательных напряжений сопротивлению и действующих сил. Гибсон [2, 24] и Лосиевский [7] объясняют это явление неравенством потерь энергии по ширине потока. Офицеров [16] считает, что вихри, зарождающиеся у стенок и дна, перемещаются в толщу потока и при некоторых условиях порождают течения, вызванные силой Жуковского. Действие этой силы вызывает поперечное перемещение масс жидкости, возбуждая компенсационное течение. Поперечное перемещение масс способствует образованию закономерных поперечных течений.

Эти объяснения не находятся в противоречии с представлением о том, что зарождающиеся в пограничном слое возмущения (вихри) под действием выталкивающей силы отрываются от дна и стенок, пронизывая поток.

При одинаковом касательном напряжении по ширине в плоском потоке вихрь, оторвавшийся от стенки, приобретает две осредненные компоненты скорости: вдоль направления движения и вверх. Передвижение вихрей из пограничного слоя у дна в толщу потока и перемещение компенсирующих масс основного потока в пограничный слой образует равномерное по ширине турбулентное состояние потока.

Иная картина турбулизации потока может наблюдаться при наличии неравенства касательного напряжения сопротивления на дне у стенок, вызванного неравномерным распределением скоростей в живом сечении. В пограничном слое происходит смещение масс потока в сторону меньших касательных напряжений сопротивления. Это придает осредненному движению вихревых масс пограничного слоя еще третье направление в плоскости поперечного сечения. Наличие составляющих вектора скорости, лежащих в плоскости живого сечения потока, придает передвижению верхней из пограничного слоя в толщу потока и перемещению некоторых объемов жидкости из толщи потока в пограничный слой, для компенсации ушедших отсюда масс, закономерную циркуляционную форму. На рис. 3 приводятся кривые распределения касательных напряжений сопротивления по ширине потока, подсчитанные по формуле Гончарова [3].

$$\tau_c = \frac{\gamma}{\left(4 \lg \frac{6,15H}{\Delta_{\text{дн}}}\right)^2} \frac{v^2}{2g},$$

где  $\gamma$  — объемный вес;

$H$  — глубина на вертикали;  
 $\Delta_{\text{дн}}$  — абсолютная шероховатость дна русла, равная 0,25 мм;  
 $v$  — средняя скорость на вертикали.

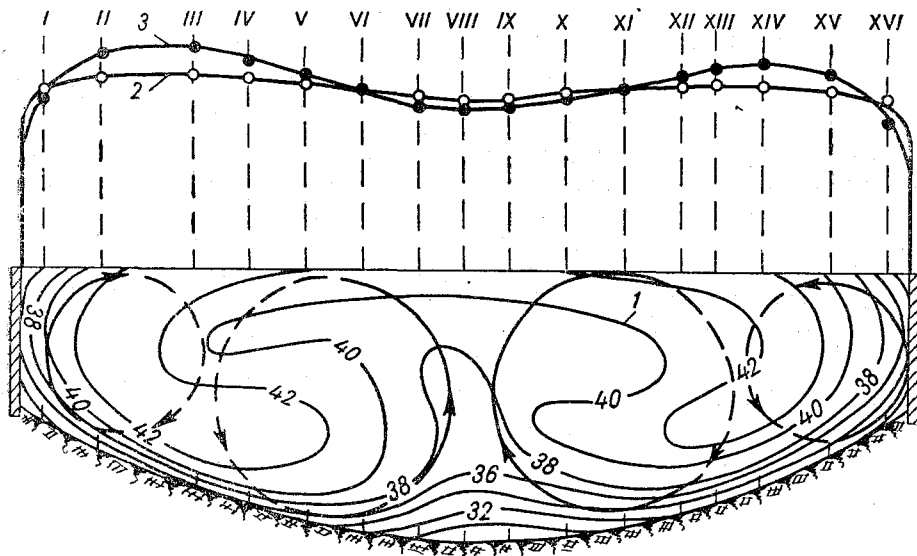


Рис. 3. Изогачи в живом сечении потока (1) кривые распределения скоростей (2) и касательных напряжений (3) по ширине потока:

$$\frac{B}{H} = 3,4; \Delta_{\text{дн}} = 0,25 \text{ мм}; \Delta_{\text{ст}} = 0,16 \text{ мм}; V = 39 \text{ см/сек}$$

Как видно из рис. 3, наибольшие градиенты касательных напряжений наблюдаются вблизи стенок. Области с пониженным касательным напряжением, по нашему мнению, и являются возбудителями поперечной циркуляции, которая придает движению турбулирующих возмущений из пограничного слоя направление, указанное сплошными стрелками. Направление движения компенсирующих масс в пограничный слой показано пунктирными стрелками. Движение этих масс замыкает циркуляцию основных вихревых шнуров между вертикальными стенками и областями наибольших касательных напряжений на дне (примерно III и XIV вертикали). Одновременно движение этих масс вызывает индуктивную циркуляцию последующих винтовых шнуров, которые, замыкаясь на середине потока, вызывают сходящиеся у дна, далее восходящие и расходящиеся на поверхности токи. Контуры винтовых шнуров и направление их вращения показаны на рис. 3, а также на рис. 1 и 2 замкнутыми пунктирными линиями со стрелками. Изогачи, построенные в полном соответствии с измеренными местными скоростями (в 120 точках на 16 вертикалях), показывают отчетливую картину влияния вторичных течений на формирование скоростной структуры потока. В областях восходящих течений у стенок возмущенные стенкой массы направляются вверх. Далее они направляются вдоль поверхности потока, повышая турбулизацию потока в этих областях. В результате получается изгиб изогачи и заглубление максимальной скорости под поверхность потока. Компенсирующие течения перемещают из поверхностных слоев к пограничному слою менее турбулизованные массы основного потока (на рис. 3 как бы прижимают изогачи ко дну, вертикали III и XIV).



Сходящиеся к середине потока (вертикали VII—X) токи смещают от дна в поверхностные слои сильно турбулизированные массы воды, «разливая» их в этой области. В результате изотахи показывают здесь область с пониженными скоростями. К этой же области относятся второй минимум касательных напряжений, но с меньшими градиентами. Кривая распределения средних скоростей вертикалей по ширине потока (рис. 3) показывает, что максимум скорости совпадает с нисходящими поперечными токами и не совпадает с наибольшей глубиной. Минимум скорости совпадает с восходящими токами у стенок и по середине потока.

Восходящими токами по середине потока Минский [12, 13] объясняет увеличение средних значений относительной величины пульсации в этой области и деление поля кривых равных значений пульсации на две части. Подобным же образом можно объяснить все поля изотак, представленные на рис. 1 и 2. В прямоугольных руслах (рис. 1 а, б и рис. 2) и в трапециoidalном русле с вертикальными стенками (рис. 1 в) вторичные течения вызваны в основном большими градиентами касательных напряжений у вертикальных стенок. На рис. 1 а гидравлический центр в левой части потока ближе, чем на рис. 1 б, смещен к вертикальной стенке. Это можно объяснить меньшей абсолютной шероховатостью стенок в первом случае ( $\Delta_{\text{дн}} = \Delta_c = 0,16 \text{ мм}$ ), чем во втором ( $\Delta_{\text{дн}} = \Delta_c = 2 \text{ мм}$ ). В правой части потока (рис. 1 б) форму изотак можно объяснить изменением абсолютной шероховатости по высоте стенки с  $\Delta_c = 2 \text{ мм}$  на  $\Delta_c = 0,16 \text{ мм}$ . В треугольном русле (рис. 2) один винтовой шнур вызван большими градиентами касательных напряжений у левой вертикальной стенки, а второй, замыкающий первый, вызван градиентами касательных напряжений, которые определяются уменьшением глубины. Для трапециoidalного русла (рис. 1 б) характерны два отчетливо выраженные гидравлические центра. Неравенство касательных напряжений вызвано с левой стороны уменьшением глубины, наклоном стенки, а с правой еще дополнительно наличием части вертикальной стенки с меньшей шероховатостью ( $\Delta_c = 0,16 \text{ мм}$ ). Подобная рассмотренной на рис. 3 картина распределения скорости имеет место в параболическом русле, представленном на рис. 1 е. В данном случае уменьшение касательных напряжений к стенкам и образование винтовых шнуров обусловлено уменьшением глубины с удалением от середины русла и наличием вертикальных стенок.

Всего таким образом было проанализировано более 80 полей изотак скорости в прямолинейных потоках при различных гидравлических условиях. Это позволило прийти к убедительному выводу о том, что на формирование скоростного поля в прямолинейных потоках любой формы сечения существенное значение оказывают вторичные течения. Неучет этого влияния при теоретическом расчете изотак или вертикальных кривых распределения скорости может привести к значительным ошибкам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев О. Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. Госэнергоиздат, М.—Л., 1958.
2. Гибсон А. проф. Гидравлика и ее приложения. Госэнергоиздат, М., 1934.
3. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
4. Зегжда А. П. Теория подобия и методика расчета гидротехнических моделей. Госстройиздат, М., 1938.

5. Зрелов Н. П. Циркуляционные течения и осаждение наносов в каналах прямоугольного сечения. Труды гидравлической лаборатории, Гос. изд. лит. по строит., архитект. и стр. матер., М., 1959.
6. Лелявский Н. С. О речных течениях и формировании речного русла. Сборник «Вопросы гидротехники свободных рек». Изд. МРФ, М., 1948.
7. Лосиевский А. И. Работы малой гидротехнической лаборатории научно-исследовательского института водного транспорта. Труды Всесоюзного съезда научного инж.-техн. общества гидравликов и гидротехников. Энергоиздат, М., 1934.
8. Лосиевский А. И. Лабораторные исследования процессов образования перекатов. Гострансиздат, Л., 1934.
9. Маккавеев В. М. и Коновалов Н. М. Гидравлика. Речиздат, Л., 1940.
10. Маккавеев В. М. Распределение продольных и поперечных скоростей в открытых потоках. Труды ГГИ, вып. 2 (56), 1947.
11. Милович А. Я. Основы динамики жидкости. Госэнергоиздат, М., 1933.
12. Минский Е. М. О пульсации скоростей в открытом потоке. «Технические записки», № 105, ЦАГИ, 1936.
13. Минский Е. М. Основные характеристики турбулентного потока в длинных руслах. Труды ЦАГИ, № 625, 1947.
14. Назарян А. Г. О расчете изотак при равномерном турбулентном течении в прямоугольных каналах. Труды ГГИ, вып. 49 (103), 1955.
15. Офицеров А. С. Вопросы гидравлики водозаборов. Госстройиздат, М., 1952.
16. Офицеров А. С. Вторичные течения. Гос. изд. лит. по строит., архитект. и стр. матер., М., 1959.
17. Потапов М. В. Сочинение, т. I и II. Сельхозиздат, М., 1951.
18. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. ИЛ, М., 1949.
19. Труфанов А. А. О естественной поперечной циркуляции в прямолинейных жидкостных потоках с широким прямоугольным руслом. Труды Казанского авиационного института, т. XVII, Казань, 1946.
20. Труфанов А. А. О поперечной циркуляции в свободном русловом потоке. Труды Казанского филиала АН СССР, сер. водохозяйственные проблемы, вып. 1, Казань, 1950.
21. Bazin H, Darcy H. Recherches Hydrauliques, Mem. pres. par divers savants, Paris, 1865, planches XVIII—XXII.
22. Vanoni Vito A. Transportation of suspended sediment by Water, Proc. Am. Soc. of Civ. Eng. N 6. 1944.
23. Williamson James. Drag velocity in relation to production of turbulent energy and loss of head in pipes in the vr law region of flow Journal of the Institution of Civ. Eng. N 7 1947—48.
24. Gibson A. H. On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, Proc. Royal Soc. of London, Serie A, vol. 82, 1909.
25. Casey Hygt J. Über die geschiebebewegung. Mitteilungen des Preussischen Versuchanstalt für Wasserbau und Schiffbau, Heft 19, Berlin, 1935.
26. Möller Max. Studien über die Bewegung der Wassers in Flüssen mit Bezugnahme auf die Ausbildung des Flüßsprofils Zeitschrift für Bauwesen, N 33, 1883.
27. Möller Max. Untersuchungen über Vertikal und Querbewegung en in fließenden Gewässern, Wasserbaulaboratorien Europas, VDJ, Verlag, Berlin, 1926.

Н. Б. Барышников

## ОБ УЧЕТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РУСЛОВОГО И ПОЙМЕННОГО ПОТОКОВ ПРИ ПОСТРОЕНИИ И ЭКСТРАПОЛЯЦИИ КРИВЫХ РАСХОДОВ ВОДЫ

Приводится анализ методики построения кривых расходов воды и скоростей течения в основном русле при затопленной пойме на примере р. Амур в свете последних исследований. Установлено, что при выходе воды на пойму кривые  $Q_p(H)$  и  $V_p(H)$  имеют перелом и плавное их проведение в этой зоне является ошибочным. Этот перелом и резкое уменьшение расходов и скоростей воды обусловлено потерями энергии на турбулентное взаимодействие отсеков потока. Аналогичный резкий перелом имеют и кривые зависимости  $C = f(h_{cp})$ .

В результате пересчета стока установлено, что в опубликованных в ежегодниках материалах допущены ошибки в сторону завышения. Величины этого завышения при расчете наибольших расходов воды достигают 16%.

Вопросы расчета пропускной способности пойменных русел имеют большое практическое значение, ибо на большинстве рек максимальные расходы воды проходят при затопленной пойме. В то же время их измерение в этих условиях затруднено. Существенное значение этот вопрос имеет и при подсчетах стока на водотоках, где отсутствует гидрометрическая сеть. Общепринятой методикой расчета стока, и особенно максимального, в пойменных руслах является методика, при которой поток делится на два независимых друг от друга отсека — русловой и пойменный [6]. Расчет скоростей и пропускной способности этих отсеков производится по формуле

$$Q = Q_p + Q_n = V_p \omega_p + V_n \omega_n,$$

где  $Q$ ,  $Q_p$  и  $Q_n$  — соответственно полный расход воды, расход руслового и пойменного отсеков,

$V_p$  и  $V_n$  — средние скорости руслового и пойменного отсеков, определяемые по формуле Шези.

Недостатки этой схемы впервые были вскрыты в экспериментальных работах Г. В. Железнякова [5], а затем проанализированы рядом авторов [1, 2, 4, 8, 9]. Особенно детально этот вопрос был исследован в экспериментальных работах кафедры динамики русловых потоков Ленинградского гидрометеорологического института под общим руководством В. Н. Гончарова. Результаты анализа экспериментальных данных изложены в работах В. Н. Гончарова [4] и И. П. Спицына [9, 10].

Основной итог этих работ заключается в следующем. В результате взаимодействия руслового и пойменного потока на границе их раздела

возникают вихревые структуры, которые переносят массы жидкости из отсеков с большими скоростями в отсеки с малыми скоростями и наоборот. На образование этих структур, движущихся в поперечном направлении, и их обтекание затрачивается значительное количество энергии, что приводит к общему уменьшению пропускной способности русел и резкому уменьшению скоростей руслового потока при затоплении поймы. При этом уменьшение скоростей столь значительно, что происходит перелом кривой  $V_p(H)$ .

Результаты расчетов, основанные на лабораторных данных, привели к качественным рекомендациям о необходимости учета турбулентного взаимодействия при подсчетах пропускной способности пойменных русел.

Натурные исследования данного вопроса производились Д. Е. Скородумовым [8]. Его дальнейшие разработки основаны на специальных измерениях 1961—1963 гг., выполненных Гидрологическим институтом на реках Пьяне, Луге, Дону и др. Результаты обработки этих наблюдений подтвердили правильность основных выводов, полученных по лабораторным данным.

В 1962 г. Л. А. Васильева [3] обработала данные измерений по ряду рек, в частности по четырем створам Амура, на котором в 1958 г. прошел катастрофический паводок (максимальный расход этого паводка имел обеспеченность порядка 1%), и пришла к выводу о том, что в руслах больших рек величины скоростного коэффициента в формуле Шези изменяются до определенных значений средних глубин, а затем остаются постоянными. Далее, на основании этого она делает вывод о возможности расчета полного расхода пойменного русла путем разбивки его на русловую и пойменную составляющие, тем самым она отрицает уменьшение средних скоростей, расходов воды и параметра  $C$  основного русла при выходе воды на пойму, т. е. считает, что эффект взаимодействия руслового и пойменного потоков либо отсутствует, либо не влияет на русловый поток.

В предлагаемой работе предпринята попытка путем анализа данных сетевых наблюдений на крупных реках выявить эффект турбулентного взаимодействия руслового и пойменного потоков и дать рекомендации по учету влияния этого фактора при построении кривых расходов воды, их экстраполяции и подсчете годового и максимального стока.

Все расчеты выполнялись на примере р. Амур.

### Исходные данные и их анализ

За исходные приняты данные наблюдений по гидрологическим постам: с. Черняево, с. Нововоскресеновка, находящимся в ведении Ленгидэпа, и с. Кумара — УГМС Дальнего Востока за 1958 г. (табл. I).

Таблица I

Пост	Расстояние от устья, км	Площадь водосбора, км <sup>2</sup>	Число измеренных расходов воды при свободном русле	
			общее	использовано в работе
Черняево	2401	442000	18	18
Нововоскресеновка	2259	446000	18	18
Кумара	2178	481000	39	38

Наиболее полные данные, а именно: таблица измеренных расходов и уклонов свободной поверхности воды, ежедневных уровней и расходов воды, а также сведения о средних на вертикалях скоростях течений для всех измеренных расходов воды имеются по гидрологическому п. с. Кумара. По остальным постам отсутствуют сведения об уклонах свободной поверхности и о ежедневных расходах воды и имеется неполный комплект книжек для записи измеренных расходов воды.

Все использованные в работе расходы воды измерены вертушкой детальным способом за исключением расхода № 38 по п. Кумара, который измерялся с помощью поплавков. Расход № 38 из анализа изъят в связи с невысокой точностью измерений. Отсутствуют сведения о средних скоростях на вертикалях по п. Черняево при наивысшем из измеренных (уровень 12,07 м) расходов воды, а также и при уровне 8,37 м.

Существенным недостатком исходных данных является факт смещения вертикалей при измерениях расходов воды при различных уровнях. Величины такого смещения достигают 70 м. В ряде расходов воды на отдельных вертикалях скорости течения не измерялись. Это привело к необходимости восстановления их способом интерполяции.

В работе также использованы данные о поперечных профилях по гидроствору, которые привлекались в качестве вспомогательных материалов при анализе хода кривых зависимости  $Q(H)$ ,  $V(H)$  и  $F(H)$ .

Краткая гидравлическая характеристика гидростворов приведена в табл. 2. В частности, гидростворы Черняево и Кумара имеют небольшую левостороннюю пойму а Нововоскресеновка — двустороннюю.

В процессе выполнения работы были построены кривые зависимости:  $Q_p(H)$ ,  $V_p(H)$  и  $F_p(H)$  по всем трем постам для основного русла, а также кривая  $I(H)$  по п. Кумара (рис. 1). На полученную кривую  $Q_p(H)$  (сплошная линия) нанесена кривая расходов (штриховая с точкой), принятая для подсчета стока в УГМС. На расчетных графиках (рис. 1) четко прослеживается перелом кривых  $Q_p(H)$  и  $V_p(H)$  и смещение верхних частей влево, т. е. в сторону уменьшения значений расходов и скоростей течений. Это уменьшение скоростей и расходов вызвано как переливом воды на пойму, так и потерями энергии на процесс турбулентного массообмена.

Данное положение подтверждается также анализом графиков зависимости средних на вертикалях скоростей от уровней воды (рис. 2). В работе приведены графические данные только по п. Кумара, аналогичная картина наблюдается и на п. Черняево. Кривые средних скоростей для вертикалей, расположенных в непосредственной близости к пойме (рис. 2), имеют S-образную форму. По мере удаления от поймы кривые скоростей изменяют свою форму, как бы распрямляются. Двойной прогиб (рис. 2) кривых исчезает и во второй половине сечения, удаленной от поймы, кривые  $V_v(H)$  имеют обычную форму.

Указанное полностью подтверждает выводы, полученные на основании анализа лабораторных данных о турбулентном торможении руслового потока пойменным. На основании анализа кривых зависимости средних скоростей на вертикалях от уровней воды можно сделать следующий вывод. При односторонней пойме (пп. Черняево и Кумара) (рис. 2) процесс турбулентного торможения охватывает около 60% руслового потока (по ширине).

Действительно, перелом кривых  $V_v(H)$  по п. Кумара прослеживается только до девятой вертикали, расположенной на расстоянии 400 м от бровки поймы, при общей ширине русла около 675 м. На десятой и следующих вертикалях эпюры скоростей имеют параболичес-

Посты р. Амур	Гидравлическая характеристика		$H_{\max}$ над нулем графика, м	$Q_{\max}$ тыс., м <sup>3</sup> /сек	$h_{\text{ср } \max}$ , м	$\bar{V}$ русла $\max$ , м/сек
	Русла	Поймы				
Черняево	Дно галечное. Правый берег высокий, покрыт лесом. Левый — пойменный.	Местами покрыта лесом и зарослями кустарника, ее прорезает глубокая лощина. Луговая часть — кочковатая с рывинами.	12,07	21,3	14,0	2,89
Кумара	Дно каменисто-галечное. Близкое к параболической форме, но с уменьшением глубин по середине. Правый берег — крутой, скалистый. Левый — более пологий.	Занята огородами.	12,27	22,3	12,4	2,67
Нововоскресеновка	Дно — галечное. Берега низкие, покрытые кустарниками.	Покрыта лугом и зарослями кустарника. На левой и правой поймах имеются протоки.	10,35	28,6	9,06	1,49

скую форму. Аналогичное явление наблюдается и на п. Черняево, где отклонение от параболической формы кривых скоростей наблюдается до восьмой вертикали, расположенной на расстоянии 320 м от бровки поймы, что также составляет около 60% ширины русла.

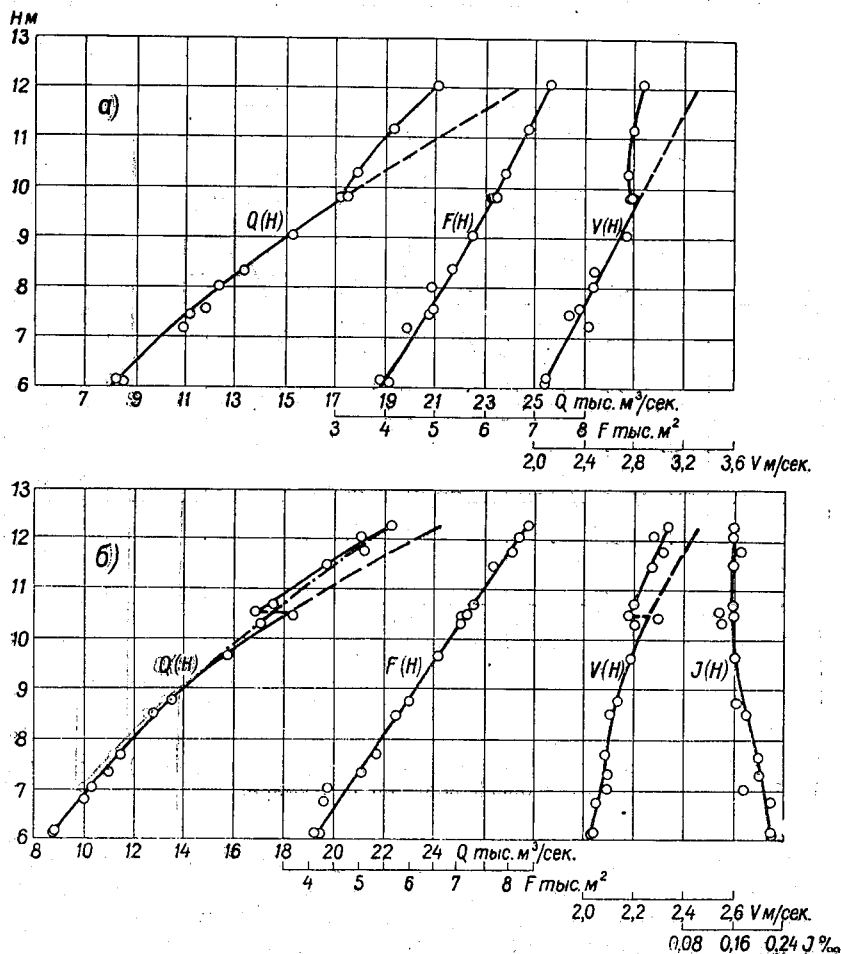


Рис. 1. Верхние части кривых зависимости  $Q(H)$ ,  $F(H)$ ,  $V(H)$  и  $J(H)$  для русловой части потока:  
 а — по п. Черняево, б — по п. Кумара

Несколько более сложная картина наблюдается в распределении скоростей на п. Нововоскресеновка, имеющем двустороннюю пойму. Слабая освещенность исходными данными, непостоянство расположения скоростных вертикалей, вызывающее большой разброс точек, не позволяют дать конкретных рекомендаций. Однако на ряде вертикалей четко прослеживается перелом кривых  $V_v(H)$  или отсутствие возрастания скоростей с уровнем.

По гидрологическому п. Кумара произведено сравнение кривых зависимости  $Q_p(H)$  и  $V_p(H)$ , полученных анализом исходных данных и принятых для подсчета стока в УГМС. Кривая, принятая в УГМС (рис. 1, штрих-пунктирная линия), проведена без достаточного анализа исходных данных и за счет неправомерного осреднения исключает

эффект турбулентного торможения. Тем самым несколько завышается расчетная величина как годового, так и паводочного стока.

Так, сток, подсчитанный в августе по п. Кумара, завышен примерно на 2% за счет недоучета турбулентного торможения. Следует при этом отметить, что уровни воды в 1958 г. только шесть дней превышали уровни затопления поймы.

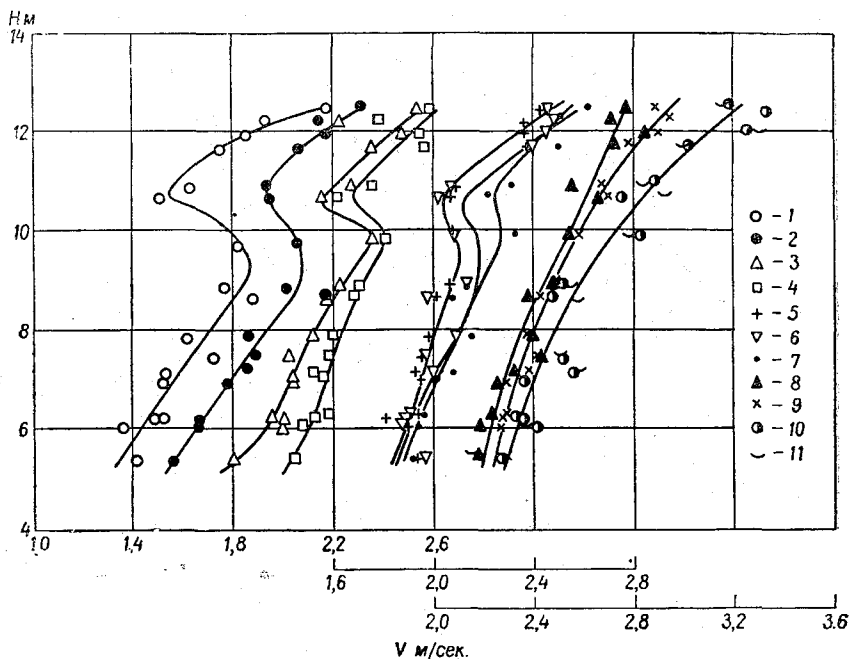


Рис. 2. Кривые зависимости средних на вертикалях (1—11) скоростей от уровней воды по п. Кумара.

Существенное значение имеет учет турбулентного торможения при экстраполяции кривых расходов воды, а также их построение при отсутствии данных наблюдений при затопленной пойме. А именно такие задачи наиболее часто приходится решать проектировщикам на малоисследованных реках.

С целью определения точности построения кривых  $Q_p(H)$  и  $V_p(H)$  при указанных выше условиях была произведена их экстраполяция методом тенденций до наивысших уровней 1958 г. (рис. 1, штриховая линия).

Отклонения скоростей и расходов воды, снятых с этих кривых, от фактических приведены в табл. 3.

Средняя величина отклонений по створу Черняево составляет 10,5%, а по Кумаре — 5,6%, при максимальных значениях соответственно 16,0 и 6,2%.

Учитывая, что сток поймы на этих постах даже при наивысших уровнях 1958 г. не превышал 1,5%, следует отметить, что затраты энергии только на турбулентное торможение в условиях Амура снижают пропускную способность русла примерно до 15% на п. Черняево и до 5% на п. Кумара.

Это позволяет сделать вывод о необходимости учета этого фактора и на больших реках.



Таблица 3

Пост	$H,$ м	$\bar{V}_\Phi,$ м/сек	$\bar{V}_\Omega,$ м/сек	$\Delta V =$ $= V_\Phi - V_\Omega,$ м/сек	$\Delta Q =$ $= Q_\Phi - Q_\Omega,$ м <sup>3</sup> /сек	$\frac{\Delta Q}{Q_\Phi} \%$
Черняево	10,0	2,79	2,90	-0,11	700	- 4,0
	10,5	2,78	3,02	-0,14	1500	- 8,6
	11,0	2,81	3,12	-0,31	2100	-11,0
	11,5	2,84	3,22	-0,38	2600	-13,0
	12,0	2,88	3,34	-0,46	3400	-16,0
Средняя						-10,5
Жумара	11,0	2,42	2,56	-0,14	-1000	- 5,6
	11,5	2,51	2,66	-0,15	-1100	- 5,7
	12,0	2,60	2,76	-0,16	-1300	- 6,2
	12,5	2,69	2,82	-0,13	-1100	- 5,0
Средняя						- 5,6

Далее, по исходным данным в створе Кумара были вычислены значения параметра  $C$  по формуле

$$C = \frac{V_{\text{ср}}}{\sqrt{h_{\text{ср}} i}},$$

где  $h_{\text{ср}}$  — средняя глубина русла  
 $i$  — уклон свободной поверхности.

При этом расчет величин параметра  $C$  был выполнен как по данным непосредственных измерений, так и по осредненным, т. е. снятым с кривых  $V_p(H)$ ;  $I(H)$  и  $h_{\text{ср}}(H)$  значениям исходных параметров.

По полученным значениям построены, аналогично работе Л. А. Васильевой, кривые зависимости  $C = f(h_{\text{ср}})$  для основного русла (рис. 3). Несмотря на значительный разброс точек, соответствующих данным непосредственных измерений, при уровнях выхода воды на пойму, четко обозначился перелом осредненной кривой  $C = f(h_{\text{ср}})$  (рис. 3 б). Особенно четко этот перелом выражен на кривой  $C(h_{\text{ср}})$ , построенной по осредненным данным (рис. 3 а).

До выхода воды на пойму прослеживается монотонное возрастание параметра  $C$  с глубиной (рис. 3). При затопленной пойме параметр  $C$  может быть практически принят не зависящим от значения средней глубины, хотя небольшое его возрастание четко прослеживается на рис. 3а.

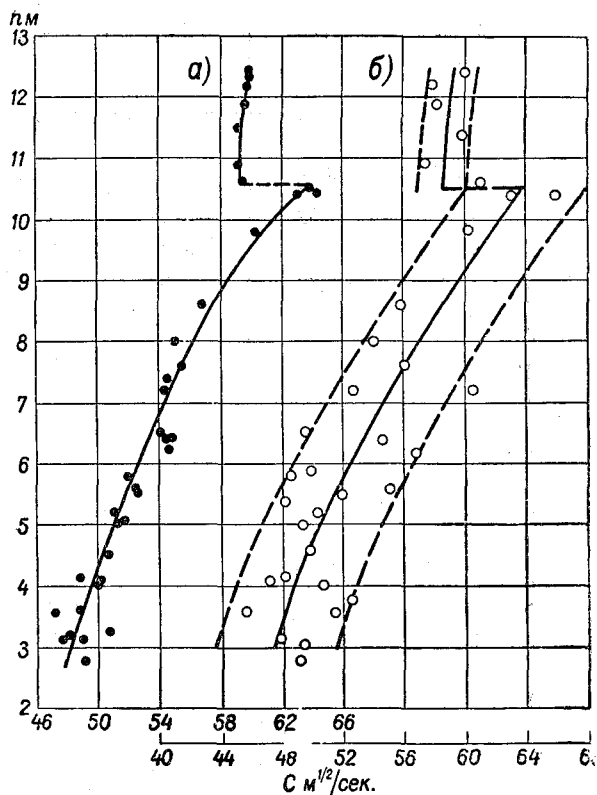


Рис. 3. Зависимость параметра  $C$  от средней глубины русла по п. Кумара:  
 а — кривая, построенная по осредненным данным, б — кривая, построенная по данным непосредственных измерений

Вышеизложенное является дополнительным доказательством тормозящего воздействия поймы на русловой поток и противоречит основному выводу работы Л. А. Васильевой [3].

### Выводы

1. Затраты энергии на турбулентное взаимодействие даже на таких больших реках, как Амур, весьма значительны. Они вызывают существенное снижение пропускной способности русел. Поэтому при подсчете пропускной способности пойменных русел, а также при экстраполяции кривых расходов необходимо учитывать этот фактор.

2. Перелом кривых  $Q_p(H)$  и  $V_p(H)$  при выходе воды на пойму вполне закономерен и его нельзя объяснить неточностью полевых данных.

3. При полевых работах следует планировать учащенные измерения расходов при уровнях выхода воды на пойму.

4. Нельзя принимать в расчетах и при экстраполяции кривых расходов параметр  $C$  постоянным, ибо при выходе воды на пойму его значение резко изменяется.

5. Следует продолжить исследования в этом направлении с целью разработки количественных рекомендаций по расчету расходов воды при уровнях выхода воды на пойму и более высоких.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Агасиева С. И., Барекян А. Ш. Изменение средних скоростей главного русла и коэффициента Шези при прохождении паводка. Метеорология и гидрология, № 9, 1961.
2. Барекян А. Ш. О пропускной способности отрегулированных русел рек и их пойм при прохождении паводков. Торфяная промышленность, № 3, 1960.
3. Васильева Л. А. Коэффициент шероховатости в руслах и на поймах больших рек. Сборник по обмену опытом института Гидропроект им. С. Я. Жука, № 4, 1962.
4. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеиздат, Л., 1962.
5. Железняков Г. В. Гидравлическое обоснование методов речной гидрометрии. Изд. АН СССР, М.—Л., 1950.
6. Павловский Н. Н. Собрание сочинений, том I. Изд. АН СССР, М., 1955.
7. Скородумов Д. Е. Гидравлические основы экстраполяции кривых расходов до высших уровней. Труды ГГИ, вып. 77, 1960.
8. Скородумов Д. Е. Об определении расхода по измеренным поверхностным скоростям в связи с распределением скоростей в речных потоках. Труды ГГИ, вып. 96, 1962.
9. Спицын И. П. О механизме взаимодействия потоков основного русла и поймы. Труды ЛГМИ, вып. 13, 1962.
10. Спицын И. П. О взаимодействии потоков основного русла и поймы. Метеорология и гидрология, № 10, 1962.



Н. Б. Барышников

## ТРАНСПОРТ РУСЛОВЫХ НАНОСОВ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ПОТОКАХ С ПОЙМОЙ \*

Анализом экспериментальных данных установлено, что при выходе воды на пойму происходит резкое уменьшение транспортной способности руслового потока, обусловленное затратами энергии на турбулентное взаимодействие. При этом кривые  $G_p=f(Q)$  и  $G_p=f(H)$  претерпевают излом (при выходе воды на пойму). В то же время кривая  $G_p=f(V_p)$  является плавной как при отсутствии, так и при наличии поймы.

Это позволяет рекомендовать для подсчета стока наносов построение зависимостей вида  $G_p=f(V_p)$  вместо общепринятых  $G_p=f(Q)$ .

### 1. Введение

Существующие способы и методы измерения расходов руслоформирующих наносов имеют очень низкую точность. Так, рекомендуемый Гидрометслужбой способ измерения расходов донных наносов, основанный на применении батометра «Дон», допускает ошибку в 200% при отборе проб наносов в точке [7].

При измерении же расходов наносов на горных реках с помощью сетчатых батометров ошибки измерения могут быть значительно больше, чем на равнинных.

Именно отсутствие надежных приборов и способов измерения расходов руслоформирующих наносов привело к созданию целого ряда полуэмпирических и эмпирических формул, позволяющих с той или иной степенью точности подсчитать сток наносов.

Эти формулы, как правило, основаны на теории плоского потока и ограниченном числе экспериментов, выполненных в лотках прямоугольного сечения. К числу наиболее распространенных расчетных выражений следует отнести формулы В. Н. Гончарова [4], Г. И. Шамова [12], И. И. Леви [6]. В 1962 г. А. Ш. Барекян [1] также разработал формулу для расчета расхода русловых наносов.

Учитывая, что все указанные расчетные выражения основаны на теории плоского потока, применение их для расчета стока наносов в естественных водотоках и особенно на реках с поймой не всегда правомерно. В то же время на ряде рек, именно в паводочный период при наличии затопленной поймы, проходит до 70—90% годового стока русловых наносов.

\* Экспериментальная часть работы выполнена инженером А. В. Ивановым.

Гидроморфометрический метод оценки русловых деформаций, разрабатываемый в Государственном гидрологическом институте [8, 9], пока еще является грубоприближенным и позволяет оценивать русловые деформации только за длительный период времени.

В последнее десятилетие трудами Г. В. Железнякова [5], кафедрой динамики русловых потоков Ленинградского гидрометеорологического института [11] и Д. Е. Скородумовым [10] были вскрыты основные закономерности взаимодействия руслового и пойменного потоков, которые указывают на необходимость проверки существующих методик расчета расходов русловых наносов на реках с поймой.

Задачей настоящей работы является вскрытие основных закономерностей движения русловых наносов в потоках с поймой и выяснение возможности применения той или иной расчетной методики для определения расходов наносов в руслах с поймой.

Работы такого рода до настоящего времени нигде не производились, поэтому данное исследование, выполненное в экспериментально-расчетном плане, носит поисковый характер.

## 2. Методика проведения опытов

Опыты по выяснению влияния потока поймы на транспорт наносов в основном русле выполнялись в гидравлическом лотке (размеры указаны на рис. 1), в котором из дерева было смонтировано прямолинейное русло с поймой. Сечение русла и поймы прямоугольное. Ширина русла (18,6 см) близка к ширине поймы (21,0 см), что обусловлено выводами, вытекающими из анализа вопросов взаимодействия руслового и пойменного потоков [4] о том, что активное влияние руслового потока на пойменный распространяется примерно на величину, равную ширине основного русла, а также размерами лотка.

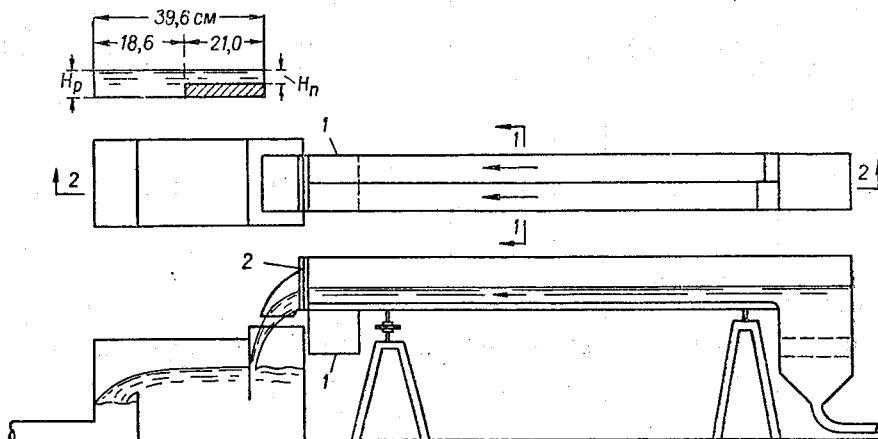


Рис. 1. Схема установки:  
1 — пещоловка, 2 — жалюзи

На установке (рис. 1) было проведено семь серий опытов как с изолированным от поймы руслом (48 опытов), так и при взаимодействующих русловом и пойменном потоках (28 опытов). Изоляция руслового потока от пойменного осуществлялась при помощи стенки, выполненной из стекла толщиной 5 мм. Во время опытов производились измерения следующих величин:

а) отметок дна и уровней водной поверхности с целью определения глубин и поддержания на установке (в начальный период) равномерного режима. Измерения производились тастером и лабораторным нивелиром;

б) уклонов свободной поверхности;

в) скоростей течений — трубками Пито — Дарси. Так как при деформируемом дне режим движения жидкости неустановившийся и отметки дна быстро изменяются, то за основной способ определения скоростей был принят трехточечный, обеспечивающий возможность построения годографов скоростей при минимальных затратах времени.

Одновременно с измерением скоростей и расходов воды трубками Пито — Дарси производились измерения расходов воды по водосливу;

г) расходов русловых наносов. Перед пуском воды на установку дно основного русла формировалось из слоя смоченного песка толщиной 2—3 см; затем дно укрывалось резиновым листом. После пуска воды и достижения при помощи жалюзи равномерного режима движения воды резиновый лист удалялся и измерение расхода наносов производилось объемным способом;

д) определение механического состава наносов осуществлялось ситовым методом.

Пределы изменения основных параметров во время опытов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Пределы изменения основных расчетных параметров в опытах

Русло	$H_p$ , см		$H_n$ , см		$Q$ , л/сек		$V_p$ , м/сек		$V_n$ , м/сек		$i$		$K_{ср}$ , мм		$K_b$ , мм		$F_r$	
	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.	мин.	макс.
Изолированное	0,91	11,82	—	—	0,2	21,2	0,12	1,13	—	—	0,003	0,009	1,92	3,72	4,6	6,7	0,175	2,55
С поймой	5,24	11,30	0,1	5,0	5,4	21,8	0,58	0,87	0,40	0,71	0,003	0,009	1,92	3,72	4,6	6,7	0,80	1,63

### 3. Анализ данных опытов

Для оценки точности полученных экспериментальных данных были построены графические зависимости средних скоростей русла от глубины (рис. 2). На этих графиках нанесены как средние скорости русла, измеренные трубкой Пито — Дарси, так и вычисленные по водосливу. Учитывая, что основные ошибки в определении скоростей могли быть получены за счет отклонения режима от равномерного, эмпирические данные осреднялись и для дальнейших расчетов принимались не измеренные скорости течения, а полученные по кривым.

Первая серия опытов была пробной, поэтому данные этой серии приняты как ориентировочные. Три опыта этой серии забракованы из-за резко выраженного неравномерного режима в период проведения эксперимента.

Как видно из рис. 2, отклонения точек, соответствующих экспериментальным данным, от осредненных кривых невелики. Это подтверждает надежность исходных данных. Несколько худшие результаты получены в третьей серии опытов, где отклонения отдельных точек достигают 17%. Помимо этого необходимо отметить, что ветвь кривых, соответствующая пойменному руслу, в ряде серий опытов ( $\delta$  — жс) освещена недостаточно.

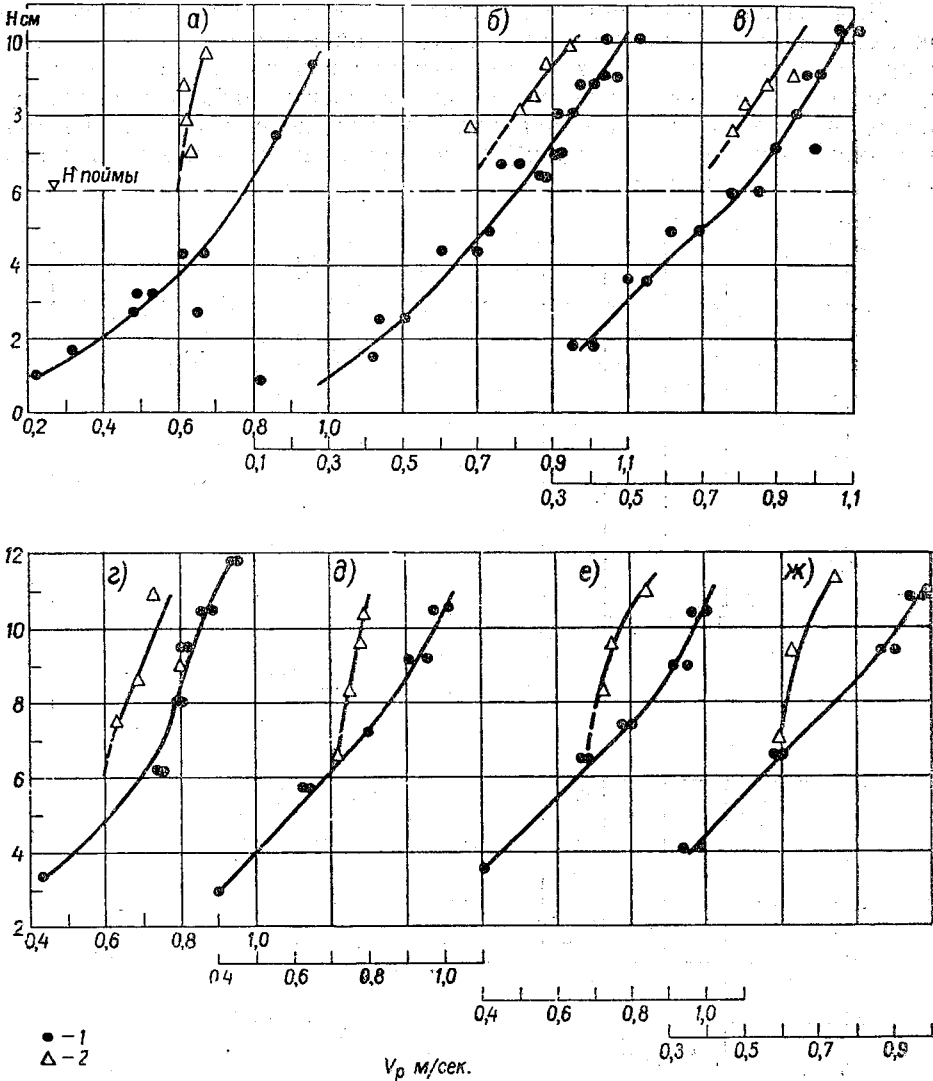


Рис. 2. Кривые зависимости средней скорости руслового потока от глубины русла  $V_p = f(H)$ :  
 1 — изолированное русло, 2 — русло с поймой, а) — жс) различные серии опытов

Точность измерения расхода наносов зависит от его абсолютной величины. Так, при высоких значениях расходов наносов и при отно-

нительно небольших размерах песколовки (0,4 м × 0,4 м × 0,4 м) часть наносов не улавливалась. Таким образом, были получены несколько заниженные значения расходов русловых наносов.

При малых расходах русловых наносов существенное значение имеет их кратковременное увеличение в период съема резинового листа, в результате чего получаются завышенные значения расходов наносов.

Существенными недостатками данной экспериментальной работы являются малые поперечные размеры лотка, приводившие к тому, что режим потока на установке был пространственным [4], а также то, что пойма, выполненная из гладкого дерева, имела шероховатость, значительно меньшую, чем шероховатость русла.

Для выяснения влияния на транспортную способность потока глубин, скоростей течения, расходов воды, уклонов свободной поверхности и крупности перемещаемых частиц как при изолированном русле, так и, особенно, при наличии поймы были построены графики зависимости расходов наносов от этих параметров. Как видно из рис. 3, при изолированном русле получается надежная однозначная зависимость расходов наносов от уровней.

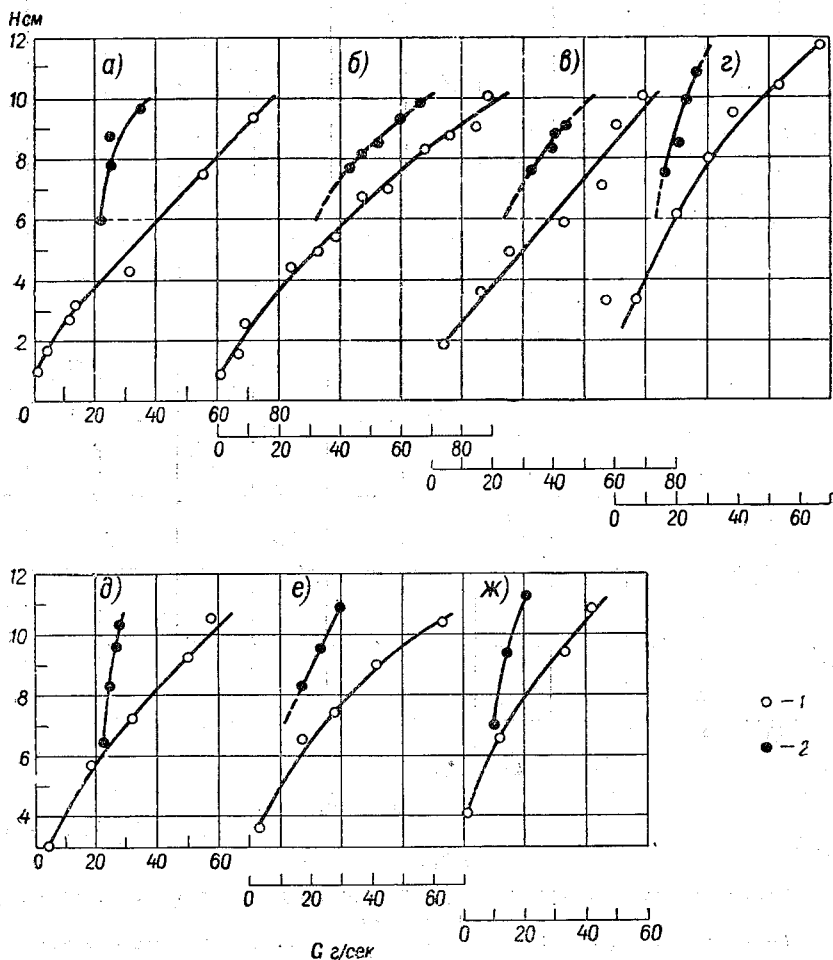


Рис. 3. Кривые зависимости расходов русловых наносов от глубины русла  $G = f(H)$ :

1 — изолированное русло, 2 — русло с поймой, а) — ж) — различные серии опытов



Разброс точек экспериментальных данных во всех семи сериях опытов невелик, что также подтверждает надежность исходных данных.

При выходе воды на пойму расходы наносов резко уменьшаются. Экспериментальные данные отклоняются влево от кривой  $G = f(H_p)$ , соответствующей изолированному руслу. При дальнейшем росте глубин русла и поймы наблюдается возрастание расходов наносов, но темп роста существенно ниже, чем при изолированном русле.

Резкое уменьшение расходов русловых наносов при выходе воды на пойму объясняется турбулентным торможением руслового потока пойменным, приводящим к существенному уменьшению средних скоростей русла.

Снижение темпа роста расходов наносов с возрастанием глубин при наличии поймы по сравнению с изолированным руслом также объясняется более низким темпом роста скоростей [11] в пойменном русле по сравнению с изолированным.

Аналогичные выводы можно сделать, анализируя графики зависимости расходов наносов от расходов воды (рис. 4). Наличие перелома кривой  $G = f(Q)$  при расходах, соответствующих выходу воды на пойму, позволяет сделать предварительный, но весьма существенный вывод об отсутствии монотонной связи между расходами наносов и расходами воды для пойменных русел. Это положение необходимо учитывать при подсчете створа наносов на реках с поймой.

Экспериментальные данные в поле координат  $G(H_p)$  и  $G(Q)$ , как уже указывалось выше, образуют по две ветви кривых, причем ветви, соответствующие пойменному руслу, резко отклоняются влево от соответствующих кривых для изолированного русла (рис. 3 и 4). В пределах амплитуды изменения расчетных параметров, охваченной опытами, наблюдалось непрерывное увеличение разницы расходов наносов, снятых с кривых, соответствующих изолированному и пойменному руслам при одинаковых значениях расходов или глубин русла (табл. 2 и 3).

Величины этих расхождений ветвей кривых  $G = f(H_p)$  и  $G = f(Q)$  находятся в обратной зависимости от уклона свободной поверхности.

Это положение можно объяснить более интенсивной степенью турбулентного обмена при высоких значениях уклонов свободной поверхности, приводящей к более быстрому росту скоростей поймы, а следовательно, к уменьшению разницы скоростей руслового и пойменного потоков [11].

Обнаружить зависимость осредненной величины относительной разницы расходов русловых наносов (табл. 2 и 3) от средней крупности частиц наносов по имеющимся данным не удалось. Таковая связь либо отсутствует, либо настолько слабо выражена, что затуманена ошибками измерений.

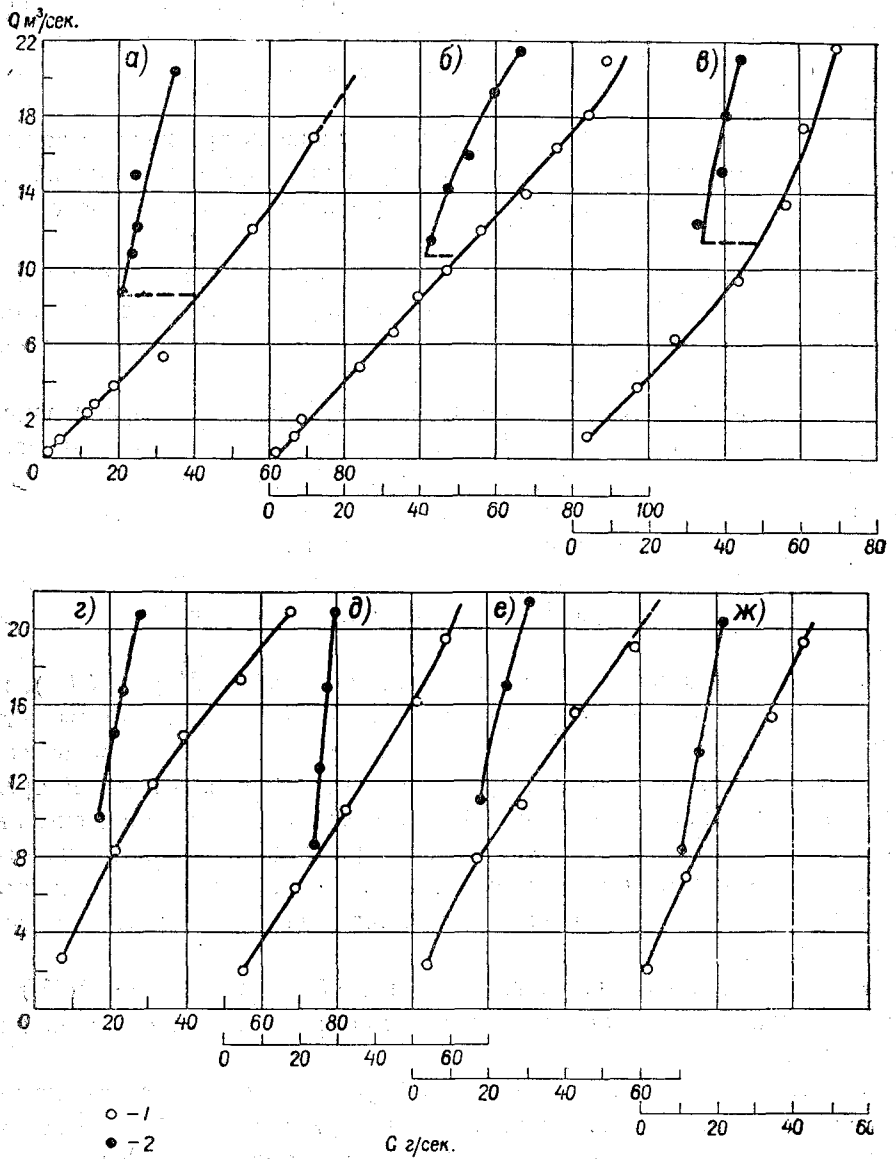


Рис. 4. Кривые зависимости расходов русловых наносов от расходов воды  $G = f(Q)$ :  
 1 — изолированное русло, 2 — русло с поймой, а) — ж) — различные серии опытов

## Уменьшение расходов наносов при подключении поймы и постоянном значении расходов воды

Номер серии:	Уклон свободной поверхности	Средняя крупность, мм	Расходы русловых наносов, г/сек												
			При $Q_{\min}$				При $Q_{\text{ср}}$				При $Q_{\max}$				$\frac{\Delta \bar{G}}{G_{\text{изм}}}, \%$
			изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	
I	0,006	1,92	27,0	20,8	6,2	23,0	54,0	25,0	29,0	53,8	69,0	29,0	40,0	58,0	44,8
II	0,009	1,92	56,0	43,0	13,0	23,3	78,0	53,5	24,5	31,4	95,0	64,5	30,5	32,1	28,9
III	0,009	2,67	45,0	31,0	14,0	31,1	59,5	38,0	21,5	36,2	68,0	45,0	23,0	33,8	33,7
IV	0,003	2,67	25,5	16,5	9,0	35,7	45,0	21,1	23,9	53,0	67,0	26,5	40,5	60,4	49,7
V	0,006	2,67	32,0	23,3	8,7	27,2	48,2	25,8	22,4	46,5	63,5	27,2	36,3	55,5	43,1
VI	0,006	3,72	27,0	17,0	10,0	37,1	43,0	21,8	20,2	47,0	61,0	28,2	32,8	53,8	42,6
VII	0,003	3,72	18,1	11,0	7,1	39,2	32,5	15,9	16,6	51,0	44,5	20,1	24,4	54,7	48,3

Уменьшение расходов наносов при подключении поймы и постоянном значении глубины русла

Номер серии	Уклон свободной поверхности	Средняя крупность, мм	Расходы русловых наносов, г/сек												
			При $H_{\min}$				При $H_{\text{ср}}$				При $H_{\max}$				$\frac{\Delta \bar{G}}{G_{\text{изм}}}, \%$
			изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	изолированное русло	русло с поймой	$\Delta G$	$\frac{\Delta G}{G_{\text{изм}}}, \%$	
I	0,006	1,92	30,0	21,0	9,0	30,0	47,5	23,5	24,0	50,5	74,0	39,0	35,0	47,3	42,6
II	0,009	1,92	57,5	41,0	16,5	28,7	71,2	50,0	21,2	29,8	95,0	68,5	26,5	27,9	28,8
III	0,009	2,67	46,5	32,7	13,8	29,7	60,8	39,0	21,8	35,9	68,2	46,2	22,0	32,2	32,6
IV	0,003	2,67	25,0	15,2	9,8	40,8	42,2	22,2	20,6	47,5	59,5	27,0	32,5	54,6	47,6
V	0,006	2,67	30,0	22,5	7,5	25,0	47,5	25,0	22,5	47,5	67,0	29,5	37,5	56,0	42,8
VI	0,006	3,72	34,0	15,8	17,2	50,6	47,0	32,8	14,2	30,2	66,5	30,5	36,0	54,0	44,9
VII	0,003	3,72	18,0	10,8	7,2	40,0	33,8	15,0	18,8	55,6	52,0	22,5	29,5	56,6	50,1

1	Номер опыта
2	Глубина русла $H_p$ , см
3	Глубина поймы $H_{п}$ , см
4	Расход воды (по водосливу) $Q$ , л/сек
5	Средняя скорость русла [по кривой $V_p = f(H_p)$ ] $V_p$ , м/сек
6	Средняя скорость поймы $V_{п}$ , м/сек
7	Расход наносов (измерен) $G_{изм}$ , г/сек
8	Средняя неподвижная скорость $V_n$ , м/сек
9	Расход наносов, определенный по ф-ле Гончарова $G_G$ , г/сек
10	$\Delta G_G = G_{изм} - G_G$ , г/сек
11	$\frac{\Delta G_G}{G_{изм}}$ , %
12	Расход наносов, определенный по ф-ле Шамова $G_{Ш}$ , г/сек
13	$\Delta G_{Ш} = G_{изм} - G_{Ш}$ , г/сек
14	$\frac{\Delta G_{Ш}}{G_{изм}}$ , %
15	Расход наносов, определенный по ф-ле Барекяна $G_B$ , г/сек
16	$\Delta G_B = G_{изм} - G_B$ , г/сек
17	$\frac{\Delta G_B}{G_{изм}}$ , %
18	Расход наносов, определенный по ф-ле Леви $G_L$ , г/сек
19	$\Delta G_L = G_{изм} - G_L$ , г/сек
20	$\frac{\Delta G_L}{G_{изм}}$ , %
21	Примечание

СЕРИЯ I

$V_p = 18,6$  см  $l = 0,006$  м  $K_{ср} = 1,92$  мм  $K_5 = 4,6$  мм

1	1,0	—	0,4	0,23	—	1,0	0,171	0,4	0,6	60,0	0,1	0,9	90,0	0,3	0,70	70,0	—	—	—	—
2	1,70	—	1,0	0,35	—	4,2	0,215	1,8	2,4	57,0	1,7	2,5	60,0	1,3	2,9	69,1	0,2	4,0	95	—
3	2,95	—	3,9	—	—	18,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Забр.
4	2,40	—	3,0	—	—	13,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Забр.
5	4,30	—	5,4	0,65	—	31,5	0,255	23,3	8,2	26,0	16,8	14,7	46,6	14,4	17,1	54,2	21,7	9,8	31,0	—
6	3,20	—	2,9	0,53	—	13,8	0,238	15,0	-1,2	-8,7	8,6	5,2	34,6	6,3	7,5	54,2	8,21	5,6	40,5	—
7	2,70	—	2,4	0,48	—	11,6	0,228	8,0	3,6	31,0	7,4	4,2	36,2	3,9	7,7	66,5	4,7	6,9	59,5	—
8	7,50	—	12,1	0,86	—	55,0	0,287	56,5	1,5	3,0	41,0	14,0	25,5	43,0	12,0	21,8	78,5	23,5	42,7	—
9	9,40	—	16,9	0,96	—	71,8	0,300	71,8	0	0	54,8	17,0	23,7	66,4	5,4	7,5	122,0	50,2	70	—

Изолированное русло

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

 $B_{II} = 21 \text{ см}$ 

10	5,24	0,1	8,8	—	—	20,9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	Забр. Русло с поймой
11	8,79	1,95	15,0	0,67	0,48	24,6	0,296	15,1	9,3	37,7	11,1	13,5	54,8	24,9	— 0,3	1,2	19,8	4,8	19,5		
12	7,82	1,62	12,2	0,65	0,49	25,0	0,289	14,0	11,0	44,0	10,4	14,6	58,5	21,2	3,8	15,2	17,6	7,4	29,6		
13	9,68	3,51	20,3	0,71	0,57	34,6	0,302	18,4	16,2	46,8	12,8	21,8	63,0	31,1	3,5	10,1	26,1	8,5	24,5		
14	7,03	0,87	10,8	0,65	0,50	23,5	0,284	14,8	8,7	37,0	11,5	12,0	51,2	19,6	3,9	16,6	18,5	5,0	21,3		

## СЕРИЯ II

 $B_p = 18,2 \text{ см}$      $i = 0,009$      $K_{cp} = 1,92 \text{ мм}$      $K_5 = 4,6 \text{ мм}$ 

1	0,91	—	0,2	0,26	—	1,3	0,165	1,1	0,2	15,4	0,9	0,4	30,8	0,6	0,7	53,7	0,4	0,9	69,0	Изолированное русло
2	1,58	—	1,2	0,37	—	6,5	0,197	3,6	2,9	44,6	2,7	3,8	58,4	2,4	4,1	63,1	0,8	5,7	87,6	
3	2,58	—	2,0	0,49	—	8,9	0,225	9,1	— 0,2	— 2,2	7,5	1,4	15,7	6,9	2,0	22,5	5,6	3,3	37,1	
4	4,40	—	4,8	0,67	—	23,9	0,256	26,1	— 2,2	— 9,2	20,4	3,5	14,7	22,3	1,6	6,7	27,9	— 4,0	16,7	
5	4,95	—	6,6	0,72	—	32,6	0,263	33,0	— 0,4	— 1,2	26,1	6,5	19,9	28,8	3,8	11,6	37,6	— 5,0	15,3	
6	5,43	—	8,6	0,76	—	38,7	0,268	40,5	— 1,8	— 4,6	30,8	7,9	20,4	35,2	3,5	9,1	48,0	— 9,3	24,0	
7	6,75	—	9,9	0,87	—	47,0	0,281	62,0	— 15,0	— 32,0	45,0	2,0	4,3	57,3	— 10,3	— 21,9	86,7	— 39,7	84,5	
8	7,09	—	12,0	0,89	—	55,5	0,286	65,0	— 9,5	— 17,1	48,2	7,3	13,1	62,1	— 6,6	— 11,9	94,1	— 38,6	69,6	
9	8,37	—	14,0	0,95	—	67,9	0,292	80,0	— 12,1	— 17,8	58,7	9,2	13,6	83,2	— 15,3	— 22,6	121,0	— 53,1	78,4	
10	8,83	—	16,4	0,97	—	75,7	0,297	83,2	— 7,5	— 9,9	62,0	13,7	18,1	90,2	— 14,5	— 19,2	132,0	— 56,3	74,5	
11	9,10	—	18,2	0,99	—	84,3	0,298	92,5	— 8,2	— 9,7	66,0	18,3	21,7	96,7	— 12,4	— 14,7	141,5	— 67,2	79,6	
12	10,1	—	21,0	1,04	—	88,5	0,305	105	— 16,5	— 18,6	75,0	13,5	15,3	119,0	— 30,5	— 34,5	175,5	— 87,0	98,4	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$B_n = 21,0 \text{ см}$																				
13	7,70	1,53	11,5	0,76	0,47	42,8	0,289	30,6	11,2	26,2	13,1	29,7	69,4	46,5	-3,7	-8,7	41,6	+0,8	1,9	
14	8,20	1,73	14,3	0,81	0,71	47,0	0,292	39,8	7,2	15,3	28,2	18,8	40,0	53,5	-6,5	-13,8	56,5	-9,5	20,2	
15	8,50	2,45	16,0	0,84	0,70	52,7	0,294	46,0	6,7	12,7	33,8	18,9	35,8	63,1	-10,4	-19,8	66,8	-14,1	26,7	
16	9,35	3,00	19,3	0,89	0,63	59,4	0,300	58,0	1,4	23,5	41,6	17,8	30,0	78,0	-18,6	-31,4	85,4	-26,0	43,8	
17	9,83	3,16	21,5	0,94	0,70	66,0	0,303	68,8	-2,8	4,2	48,2	17,8	25,9	92,5	-26,5	-38,5	109,0	-43,0	65,2	
С Е Р И Я III																				

Русло с поймой

$B_p = 18,6 \text{ см} \quad i = 0,009 \quad K_{cp} = 2,67 \text{ мм} \quad K_b = 6 \text{ мм}$																				
1	1,85	—	1,2	0,39	—	3,8	0,225	3,6	0,2	5,2	2,3	1,5	39,5	2,5	1,3	34,2	0,9	+2,9	76,2	
2	3,63	—	3,7	0,65	—	16,5	0,270	11,0	5,5	30,0	7,9	8,6	47,2	9,7	6,8	41,2	7,0	9,5	57,5	
3	4,92	—	6,3	0,69	—	26,1	0,290	26,4	-0,3	-1,1	18,3	7,8	29,8	22,3	3,8	14,4	24,6	1,5	5,8	
4	5,97	—	9,4	0,78	—	43,4	0,305	38,7	4,7	10,7	26,3	17,1	39,5	34,3	9,1	21,0	43,8	-0,4	0,9	
5	7,15	—	13,4	0,88	—	55,8	0,319	58,6	-2,8	-5,0	41,3	14,5	26,0	53,0	2,8	5,1	78,0	-22,2	39,8	
6	9,15	—	17,5	1,00	—	60,8	0,334	89,0	-28,1	-46,2	60,0	0,8	1,3	86,6	-25,8	-42,5	133,0	-72,2	118,8	
7	10,15	—	21,7	1,06	—	69,0	0,343	107,0	-38,0	-55,0	70,8	-1,8	-2,6	109,5	-40,5	-58,7	169,0	-100	145,0	

Изолированное русло

$B_n = 21,0 \text{ см}$																				
8	7,62	1,40	12,3	0,78	0,50	32,6	0,323	30,8	1,8	5,5	9,4	23,2	75,4	40,0	-7,4	-22,7	39,6	-7,0	21,5	
9	8,37	1,90	15,2	0,83	0,54	39,6	0,329	39,3	0,3	0,8	26,7	12,9	32,6	53,4	-14,2	-35,9	53,0	-13,4	33,9	
10	8,83	2,72	18,2	0,88	0,55	40,2	0,332	49,8	-9,6	-23,9	35,3	4,9	12,2	61,0	-20,8	-51,8	70,4	-30,2	75,2	
11	9,10	3,20	21,0	0,91	0,62	44,0	0,334	53,8	-9,8	-22,3	37,3	6,7	15,2	67,7	-23,7	-53,9	82,5	-38,5	87,5	

Русло с поймой

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

## СЕРИЯ IV

 $B_p = 18,6 \text{ см}$      $i = 0,003$      $K_{гр} = 2,67 \text{ мм}$      $K_5 = 6,0 \text{ мм}$ 

1	3,40	—	2,7	0,43	—	7,0	0,266	2,8	4,2	60,0	2,6	4,4	63,0	1,5	5,5	78,5	4,1	2,9	41,5
2	6,22	—	8,4	0,70	—	20,4	0,308	22,2	1,8	8,8	15,7	4,7	23,0	9,2	11,2	55,0	23,8	3,4	16,6
3	8,02	—	12,0	0,79	—	30,2	0,325	32,2	2,0	6,6	22,4	7,8	25,8	11,5	18,7	58,2	42,8	12,6	41,8
4	9,52	—	14,6	0,85	—	38,3	0,339	40,6	2,3	6,0	26,5	12,8	33,4	20,6	17,7	46,2	57,0	18,7	48,8
5	10,50	—	17,4	0,89	—	53,5	0,344	47,5	6,0	11,2	31,4	22,1	41,4	24,9	28,6	53,5	69,5	16,0	29,9
6	11,82	—	21,2	0,95	—	66,4	0,346	62,9	3,5	5,3	38,4	28,0	42,1	33,0	33,4	50,3	92,2	25,8	38,9

 $B_n = 21,0 \text{ см}$ Изолированное  
русло

7	7,62	1,78	10,1	0,63	0,51	16,7	0,322	10,5	6,2	37,0	7,7	9,0	54,0	7,7	9,0	54,0	11,0	5,7	34,1
8	8,60	2,45	14,6	0,69	0,57	20,7	0,331	15,6	5,1	24,5	10,2	10,5	50,7	10,8	9,9	47,6	18,8	1,9	9,2
9	9,00	2,85	16,9	0,71	0,68	22,4	0,333	17,3	5,1	22,7	11,5	10,9	48,6	12,3	10,1	45,0	26,7	4,3	19,2
10	10,90	4,80	21,0	0,79	0,67	26,6	0,347	25,2	1,4	5,3	16,9	9,7	37,4	18,4	8,2	30,8	36,4	9,8	36,8

Фуло  
с  
поймой

## СЕРИЯ V

 $B_p = 18,6 \text{ см}$      $i = 0,006$      $K_{гр} = 2,67 \text{ мм}$      $K_5 = 6,0 \text{ мм}$ 

1	3,00	—	2,2	0,40	—	4,7	0,257	2,1	2,6	55,3	1,8	2,9	61,7	2,2	2,5	53,2	0	—	—
2	5,70	—	6,7	0,65	—	18,2	0,302	18,3	0,1	0,5	12,4	5,8	31,8	14,2	4,0	22,0	15,6	2,6	14,3
3	7,20	—	10,8	0,77	—	31,4	0,318	31,4	0	0	22,4	9,0	28,6	26,7	4,7	15,0	38,0	6,6	36,3
4	9,25	—	16,5	0,92	—	50,0	0,335	60,7	10,7	21,4	41,1	8,9	17,8	49,6	0,4	0,8	87,0	37,0	74,0
5	10,55	—	19,9	1,00	—	57,5	0,344	80,7	23,2	40,3	54,3	3,2	5,6	67,6	10,1	17,6	126,0	68,5	119,0

Изолированное  
русло



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
6	6,55	0,1	8,8	0,67	—	23,3	0,312	17,0	6,3	27,0	11,9	11,4	49,0	16,9	6,4	27,6	17,7	5,6	24,0	
7	8,35	2,05	12,9	0,74	0,63	24,2	0,328	22,6	1,8	7,4	15,8	8,4	34,7	24,0	0,2	0,9	28,2	—	4,0	16,5
8	9,60	3,22	17,2	0,78	0,63	26,1	0,338	26,2	—0,1	—0,4	17,8	8,3	31,8	32,8	—6,7	—25,7	35,8	—	9,7	37,2
9	10,38	4,07	21,2	0,805	0,70	28,0	0,344	28,9	—0,9	—3,2	19,9	8,1	28,9	37,5	—9,5	—34,0	41,4	—	13,4	48,0

$V_n = 21,0 \text{ см}$

Русло с поймой

СЕРИЯ VI

$V_p = 18,6 \text{ см}$      $i = 0,006$      $K_{ср} = 3,72 \text{ мм}$      $K_b = 6,7 \text{ мм}$

1	3,65	—	2,8	0,41	—	3,4	0,312	0,9	2,5	73,2	0,1	3,3	97,0	1,6	1,8	53,0	—	—	—	—
2	6,50	—	8,3	0,71	—	16,7	0,338	17,4	—0,7	—4,2	15,8	0,9	5,4	15,2	1,5	9,0	16,5	0,2	1,2	—
3	7,40	—	11,2	0,80	—	28,0	0,368	29,4	—1,4	—5,0	21,8	6,2	22,1	23,1	4,9	17,5	32,2	—	4,2	15,0
4	9,00	—	16,0	0,92	—	41,2	0,385	49,2	—8,0	—19,4	35,7	5,5	13,3	32,4	8,8	21,3	66,0	—	24,8	60,2
5	10,40	—	19,6	0,99	—	57,7	0,396	63,8	—6,1	—10,5	45,4	12,3	21,3	51,7	6,0	10,4	92,0	—	34,3	59,5

Изолированное русло

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

6	8,30	1,70	11,3	0,72	0,60	17,0	0,378	14,8	2,2	13,0	11,3	5,7	33,4	17,7	-0,7	-4,1	15,1	1,9	11,2
7	9,52	3,30	17,4	0,75	0,61	23,0	0,389	16,2	6,8	29,5	10,9	12,1	52,6	20,0	3,0	13,0	18,3	4,7	20,4
8	10,95	4,60	21,8	0,845	0,71	29,7	0,400	26,9	2,8	9,4	19,4	10,3	34,7	33,8	-4,1	-13,8	36,6	-6,9	23,2

$B_n = 21,0 \text{ см}$      $B_p = 18,3 \text{ см}$

## СЕРИЯ VII

1	4,10	—	2,6	0,37	—	1,3	0,322	0,4	0,9	69,2	0,3	1,0	77,0	0,4	0,9	69,2	—	—	—
2	6,60	—	7,5	0,62	—	11,2	0,359	8,0	3,2	28,5	6,5	4,7	42,0	5,0	6,2	53,0	5,6	5,6	50,0
3	9,40	—	15,9	0,87	—	33,2	0,386	37,0	— 3,8	-11,4	26,5	6,7	20,2	17,0	15,2	46,8	47,0	-13,8	41,6
4	10,30	—	19,9	0,97	—	21,8	0,400	54,8	-13,0	-31,1	39,0	2,8	6,7	24,9	16,9	40,5	81,0	-39,2	93,8

$B_p = 18,6 \text{ см}$      $i = 0,003$      $K_{ср} = 3,72 \text{ мм}$      $K_3 = 6,7 \text{ мм}$

Изолированное  
русло

5	7,00	0,60	9,0	0,62	0,40	10,4	0,364	7,3	3,1	29,3	6,0	4,4	42,3	5,0	5,4	51,8	4,7	5,7	54,8
6	9,35	3,10	14,2	0,66	0,61	14,1	0,387	7,9	6,2	44,0	7,0	7,1	50,3	7,2	6,9	49,0	6,8	7,3	51,7
7	11,30	5,00	21,0	0,75	0,63	20,8	0,401	14,7	6,1	29,3	10,5	10,3	49,5	12,3	8,5	40,8	16,3	4,5	21,6

$B_n = 21,0 \text{ см}$      $B_p = 18,2 \text{ см}$

Русло с поймой

Таблица 5

Значения расходов русловых наносов при различных уклонах свободной поверхности и глубинах и постоянном значении средней крупности наносов (2,67 мм)

Уклон свободной поверхности	Характеристика формы русла	Глубина, см					
		5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0,003	Изолированное русло	14,5	20,0	25,2	31,5	39,5	47,5
	Русло с поймой	—	—	15,0	17,5	20,5	24,0
0,006	Изолированное русло	16,0	22,5	29,0	37,5	46,0	54,5
	Русло с поймой	—	—	22,2	24,0	25,7	27,5
0,009	Изолированное русло	28,8	38,0	47,2	56,0	64,5	73,2
	Русло с поймой	—	—	28,5	35,0	43,0	51,5

Таблица 6

Значения расходов наносов при различных средних крупностях наносов и при постоянном значении уклона (0,006)

Средняя крупность наносов, мм	Характеристика формы русла	Глубина русла, см					
		5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
1,92	Изолированное русло	31,0	40,0	49,5	59,0	68,2	78,0
	Русло с поймой	—	—	23,5	25,5	29,5	37,2
2,67	Изолированное русло	15,8	22,0	29,1	38,0	47,8	57,2
	Русло с поймой	—	—	22,5	24,0	25,7	27,5
3,72	Изолированное русло	10,5	16,7	24,0	32,5	41,7	52,0
	Русло с поймой	—	—	13,0	15,8	20,7	25,2

Как указывалось выше, шероховатость дна поймы была малой (строганое дерево) и значительно ниже шероховатости дна основного русла, состоящего из песчаных наносов. Поэтому на данном этапе исследования не представляется возможным установить зависимость расходов наносов в русле от шероховатости поймы.

Существенно отличается от кривых  $G = f(Q)$  и  $G = f(H_p)$  расположение точек в поле координат зависимости расходов наносов от средних скоростей руслового потока. Экспериментальные данные как для изолированного, так и для пойменного русел располагаются сравнительно узкой полосой, что позволяет провести по ним только одну кривую  $G = f(V_p)$  (рис. 5). Это положение хорошо подтверждается во всех семи сериях опытов. Несколько худшие результаты получены в третьей серии, где данные наблюдений в русле с поймой несколько отклоняются от кривой  $G = f(V_p)$  влево. Однако величина максимального отклонения этих данных от кривой  $G = f(V_p)$ , построенной для изолированного русла, составляет 15,4%, что находится в пределах точности измерений.

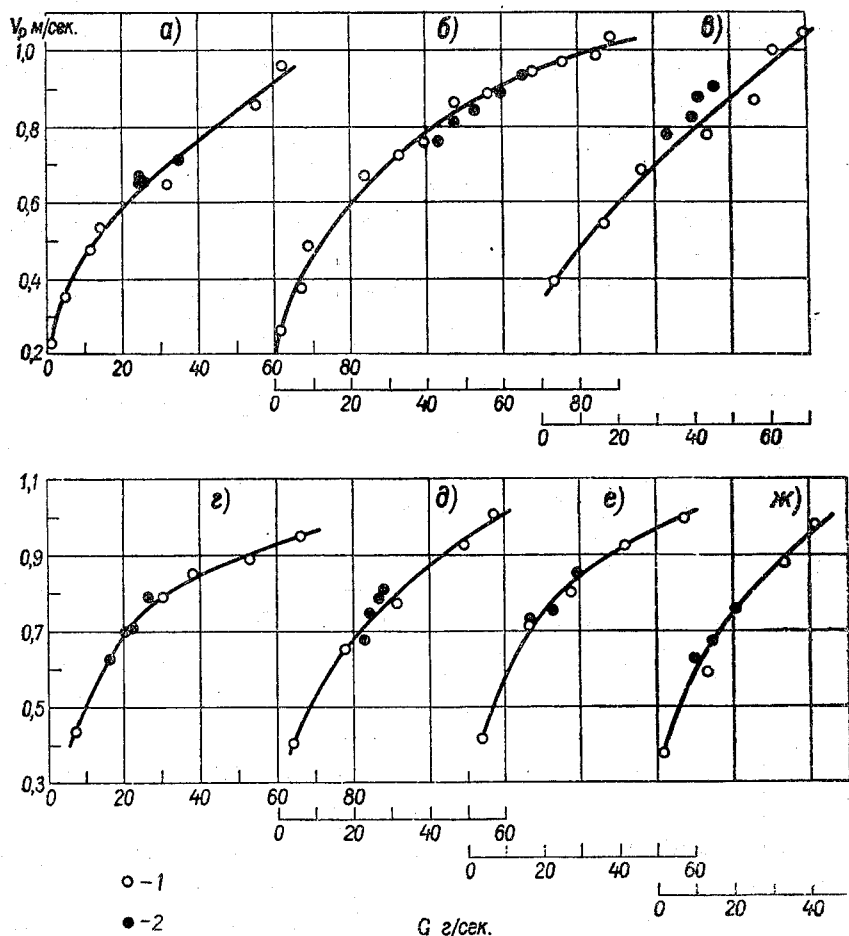


Рис. 5. Кривые зависимости расходов наносов от средней скорости руслового потока  $G = f(V_p)$ :  
 1 — изолированное русло, 2 — русло с поймой, а) — ж) — различные серии опытов

Анализ графиков  $G = f(V_p)$  (рис. 5), а также кривых зависимости расходов русловых наносов от глубин и расходов воды позволяет сделать предварительные рекомендации о целесообразности подсчета стока донных наносов по данным натуральных наблюдений на реках с поймами по графическим связям вида  $G = f(V_p)$ , а не по общепринятой методике подсчета стока наносов по кривым  $G = f(Q)$ .

Характер зависимости расходов наносов от уклонов свободной поверхности и крупности частиц, слагающих дно русла для рек с поймой, аналогичен соответствующим зависимостям при изолированном русле, что иллюстрируется табл. 5 и 6. Конкретно, расходы наносов увеличиваются с увеличением уклонов свободной поверхности и уменьшаются с ростом средней крупности перемещаемых частиц (при прочих равных условиях). Однако абсолютные значения расходов наносов в руслах с поймой при тех же условиях значительно ниже, чем в изолированных руслах.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие предварительные выводы:

1) при выходе воды на пойму резко уменьшаются расходы русловых наносов, что выражается переломом кривых  $G = f(H_p)$  и  $G = f(Q)$ ;

2) отсутствие или наличие поймы не влияет на вид зависимости расходов руслоформирующих наносов от средних скоростей руслового потока, что позволяет рекомендовать такого рода зависимости для подсчета стока донных наносов на реках с поймами по данным натурных наблюдений;

3) влияние уклонов свободной поверхности и крупности частиц на величину расходов наносов идентично как для изолированного, так и для пойменного русел, т. е. с увеличением уклонов расходы перемещения увеличиваются, а с увеличением средней крупности частиц уменьшаются.

#### 4. Оценка применимости некоторых расчетных методик в условиях транспорта наносов в потоках с поймой

Второй задачей данного исследования является выяснение возможности применения имеющихся выражений к пойменным руслам.

В нашу задачу не входит детальный анализ всех имеющихся формул, так как таковой уже проделан в ряде работ [2, 3, 12 и др.]. Поэтому предлагаемая классификация существующих расчетных методов является грубо приближенной и необходима для обоснования и наиболее правильного выбора расчетной формулы, приемлемой как для изолированного, так и для русла с поймой (в пределах амплитуды наблюдений, охваченной опытами).

В первом приближении все расчетные методы могут быть подразделены на четыре группы. К первой группе относятся методы (формулы), основанные на схеме влекущей силы. Величина расхода наносов по этой схеме определяется величиной действующей силы.

Примером формул такого вида являются формулы:

а) Дюбуа

$$G = \psi \tau (\tau - \tau_0),$$

где  $\tau$  и  $\tau_0$  — влекущая сила воды и критическая для данного размера наносов;

б) Егизарова [12]

$$G = K \gamma_1 q \sqrt{i} \left( \frac{\tau - \tau_0}{\tau_0} \right),$$

где  $G$  и  $q$  — соответственно расходы наносов и воды на единицу ширины потока,

$K$  — постоянный коэффициент.

Вторая группа расчетных формул основана на связи расходов наносов непосредственно с расходами воды и уклонами свободной поверхности. К этой группе могут быть отнесены формулы зарубежных авторов: Шоклича, Мак Доугелла, Чанга, Джилльберта и др. [6]. В качестве примера может быть приведена формула Шоклича

$$G = \frac{7000}{\sqrt{K}} i^{3/2} (q - q_0),$$

где  $q$  и  $q_0$  — соответственно удельные расходы водотока в расчетный период и период первой подвижки наносов,

$i$  — уклон свободной поверхности и

$K$  — средняя крупность частиц наносов.

Третья группа основана на работах Х. А. Эйнштейна [13], в которых расход руслоформирующих наносов определяется на основе статистического анализа движения отдельных твердых частиц. Методы этой группы, основанные на теоретических разработках Х. А. Эйнштейна, в частности упрощенные способы Б. Р. Колби и С. Х. Хембри, а также способ Б. Р. Колби и Д. В. Хабелла [13], имеют широкое распространение в США.

Дальнейшее теоретическое развитие метода Х. А. Эйнштейна (1942 г.) дано в работах М. А. Великанова [2]. Однако в Советском Союзе как метод М. А. Великанова, так и другие методы этой группы распространения не получили.

К четвертой группе относятся формулы, в которых скорость потока является основным расчетным параметром, определяющим расход наносов. Эта группа в известной мере близка к первой, однако выделение средней скорости в явном виде в качестве основного определяющего параметра является неоспоримым преимуществом формул этой группы перед формулами двух первых групп.

Учитывая, что анализом экспериментальных данных было установлено отсутствие влияния формы русла на характер зависимости расходов наносов от средних скоростей руслового потока, наиболее целесообразной является оценка возможности применения формул четвертой группы для расчета расходов наносов на реках с поймой. Поэтому необходимо дать их более полный анализ. Наиболее распространенной формулой, применяемой для расчетов в ряде проектных организаций, является формула, разработанная В. Н. Гончаровым [4]. Для плоского потока она имеет вид

$$G_n = \gamma_1 \frac{(1 + \varphi)}{880} V_n K \left( \frac{V^3}{V_n^3} - 1 \right) \left( \frac{V}{V_n} - 1 \right),$$

где  $G_n$  — расход наносов на единицу ширины потока,

$V$  и  $V_n$  — соответственно средняя и непередвигающая средняя скорости потока,

$\varphi$  — параметр турбулентности поведения наносов.

Эта формула основана на экспериментальном материале, полученном в прямоугольных лотках в довольно широких пределах изменения расчетных параметров. В своей работе [4] В. Н. Гончаров, основываясь на методике описания формы русла в виде симметричной кривой глу-

бин, предлагает расчетную формулу для подсчета стока наносов в естественных руслах в виде

$$G = G_n \frac{(1+r)^{2,33}}{1+2,33r} B,$$

где  $r$  — параметр формы сечения,  
 $B$  — ширина русла.

Однако последний вид формулы мало пригоден для русел сложной формы, каковыми являются русла с поймами, ибо методика описания русел в виде симметричных кривых глубин, предложенная В. Н. Гончаровым, как отмечает сам автор, не пригодна для русел с поймами.

Г. И. Шамовым [12] на основании большого количества экспериментальных данных предложена формула для подсчета расхода наносов через гидравлические параметры потока в виде

$$G = 0,95 \sqrt{K} \frac{V^3}{V_{\text{он}}^3} (V - V_{\text{он}}) \frac{K^{\frac{1}{4}}}{H} B,$$

где  $V_{\text{он}}$  — нижняя предельная скорость,  
 $H$  — глубина русла,  
 $V_{\text{он}} = 3,7 K^{1/3} H^{1/6}$ .

И. И. Леви [6], исходя из схемы донного влечения наносов, была предложена расчетная формула в виде

$$G = \varphi \gamma_1 \left( \frac{V}{\sqrt{gd}} \right)^3 (V - V_0) K \left( \frac{K}{R} \right)^{0,25} B,$$

где  $R$  — гидравлический радиус,  
 $K$  — средняя крупность наносов,  
 $\varphi$  — постоянный коэффициент,  
 $V_0$  — размывающая скорость.

$$V_0 = 1,3 \sqrt{gK} \left( 0,8 + \frac{2}{3} \lg \frac{10R}{K_{90\%}} \right)$$

при

$$10 < \frac{R}{K_{90\%}} < 60,$$

где  $K_{90\%}$  — наибольшая крупность наносов (в составе смеси находится 10% частиц этой крупности).

В 1962 г. А. Ш. Барекян [1], анализируя имеющиеся расчетные методики и используя обширный материал экспериментальных данных различных авторов, а также проведя эксперименты на различных установках в 1955—1958 гг., разработал формулу для расчета расхода русло формирующих наносов в плоском потоке в виде

$$G = 0,187 \gamma_1 \frac{\gamma}{\gamma_1 - \gamma} H V i \left( \frac{V}{V_n} - 1 \right) B,$$

где  $i$  — уклон свободной поверхности,  
 $H$  — глубина потока,  
 $V_n$  — неразмывающая средняя скорость и  
 $B$  — ширина русла.

Указанная формула по своей структуре близка к формулам В. Н. Гончарова, И. И. Леви и Г. И. Шамова. Однако автор ее считает, что она применима в более широком диапазоне изменения расчетных параметров, так как основана на более широком диапазоне экспериментальных данных и удовлетворяет принципу размерностей.

Все четыре приведенные формулы последней группы в качестве основного расчетного параметра включают среднюю скорость потока в степени, близкой к трем-четырем. В формуле, предложенной А. Ш. Барекяном, в явном виде скорость находится в степени, близкой к двум. Однако учитывая, что  $H_i \propto V^2$ , в этой формуле показатель степени средней скорости также близок к четырем.

Для проверки применимости той или иной расчетной формулы к подсчету стока русловых наносов в руслах с поймой использованы данные семи серий опытов и на их основании были произведены расчеты расходов наносов по формулам В. Н. Гончарова, Г. И. Шамова, И. И. Леви и А. Ш. Барекяна (см. табл. 4).

Расчетные значения расходов наносов, полученные по этим трем формулам для всех семи серий опытов, сравнивались с измеренными и были определены величины отклонений.

В табл. 4 приведены абсолютные и относительные отклонения расчетных величин от измеренных для всех серий опытов. Наибольшие относительные отклонения расчетных величин от измеренных при изолированном русле (табл. 4, графы 12, 15 и 18) по всем формулам приходятся на малые значения расходов русловых наносов. Причем измеренные величины существенно превышают вычисленные. Это можно объяснить низкой точностью измерения малых расходов русловых наносов, обусловленных интенсивным, хотя и кратковременным смывом частиц в момент снятия резинового листа. Учитывая это, в дальнейшем расчет среднеквадратичных отклонений произведен как для всей совокупности экспериментальных данных, так и для данных без учета малых расходов русловых наносов.

Как видно из табл. 7, наилучшие результаты расчетов получены по формуле В. Н. Гончарова. Средняя величина среднеквадратичного отклонения для всех семи серий опытов без учета малых расходов наносов для изолированного русла составляет 18,6% против 25,5% по формуле Г. И. Шамова, 32,0% по формуле А. Ш. Барекяна и 49,6% по формуле И. И. Леви. Несколько худшие результаты получены при учете малых расходов наносов, а именно: по формуле В. Н. Гончарова — 29,2%, Г. И. Шамова — 37,6%, А. Ш. Барекяна — 38,0% и И. И. Леви — 53,2%.

Максимальные среднеквадратичные отклонения для отдельных серий также наименьшие для расчетов по формуле В. Н. Гончарова — 30,4% (40,9%), по формуле Г. И. Шамова — 34,2% (53,4%), по формуле А. Ш. Барекяна — 52,9% (58,8%) и по формуле И. И. Леви — 62,0% (63,4%).

Эти данные позволяют сделать вывод о том, что в пределах амплитуды изменения основных расчетных параметров в изолированном русле результаты расчетов по формуле В. Н. Гончарова имеют лучшие совпадения с измеренными величинами.

Аналогичные расчеты были выполнены для условий руслового потока, взаимодействующего с пойменным. Так, среднеквадратичное отклонение расчетных данных по формуле В. Н. Гончарова от измеренных — 24,4% и максимальное — 41,6%, по формуле Г. И. Шамова соответственно 45,5 и 59,6%, по формуле А. Ш. Барекяна — 29,0% и 46,4% и по формуле И. И. Леви 31,5 и 54,5%.



Значения среднеквадратичных отклонений расчетных величин вычисленных по формулам от измеренных

Номер серии	Число опытов		Среднеквадратичные отклонения $\bar{\sigma}$ расчетных величин от измеренных по формулам											
			В. Н. Гончарова			Г. И. Шамова			А. Ш. Барекяна			И. И. Леви		
	изолированное русло	русло с поймой	изолированное русло		русло с поймой		изолированное русло		русло с поймой		изолированное русло		русло с поймой	
			без учета малых расходов наносов		без учета малых расходов наносов		без учета малых расходов наносов		без учета малых расходов наносов		без учета малых расходов наносов			
I	7	5	35,4	18,5	41,6	50,0	34,2	59,6	54,0	49,0	12,3	56,7	48,7	23,7
II	12	5	19,3	15,0	18,2	24,2	16,3	43,0	29,2	19,1	24,6	61,2	57,8	31,5
III	7	4	30,4	30,4	16,6	29,1	20,6	41,3	35,4	35,4	47,9	63,4	62,0	54,5
IV	6	4	25,6	8,0	25,0	40,0	33,9	47,9	58,8	52,9	45,0	36,8	35,2	24,8
V	5	4	32,0	22,7	14,1	34,5	23,3	36,2	28,0	15,6	25,4	60,9	60,9	31,4
VI	5	3	34,4	11,4	19,4	53,4	16,8	41,2	27,4	15,4	11,2	34,0	34,0	18,3
VII	4	3	40,9	25,2	34,8	45,0	27,1	46,5	53,2	47,2	46,4	61,8	61,8	42,7
Среднее			31,1	17,3	24,3	40,8	24,7	45,1	40,8	33,1	29,7	53,5	51,5	32,4
Средне-взвешенное			29,2	18,6	24,4	37,6	25,5	45,5	38,2	32,0	29,0	53,2	49,6	31,5

Проведенные расчеты позволяют сделать вывод о том, что наилучшие результаты расчетов как для изолированного русла, так и для русла с поймой получены по формуле В. Н. Гончарова. Причем, учитывая низкую точность измерения расходов донных наносов на реках, формула В. Н. Гончарова может быть рекомендована для ориентировочных расчетов расходов донных наносов как в основном русле, так и в руслах с поймой.

Это положение нуждается в дальнейшем уточнении в значительно более широком диапазоне изменения расчетных параметров и, в частности, в условиях, когда поверхность поймы имеет значительно более высокую шероховатость, чем основное русло, что обычно наблюдается на естественных водотоках.

По формулам А. Ш. Барекяна и И. И. Леви для русла с поймой получены также довольно хорошие результаты (соответственно  $\sigma = 29\%$  и  $31,5\%$ ), значительно лучше, чем для изолированного русла. Относительно формул А. Ш. Барекяна и И. И. Леви необходимо отметить, что наибольшие ошибки по ним получены для малых ( $i = 0,003$ ) и больших ( $i = 0,009$ ) значений уклонов и наименьшие для средних значений уклонов ( $i = 0,006$ ), особенно если принять во внимание, что первая серия опытов — пробная и ее данные можно рассматривать как ориентировочные.

## 5. Выводы

Проведенный анализ и расчеты позволяют сделать следующие выводы:

1. При выходе воды на пойму резко уменьшается транспортная способность потока, что выражается переломом кривых зависимости  $G = f(H_p)$  и  $G = f(Q)$ . Это положение необходимо учитывать при построении кривых  $G = f(Q)$  на реках с поймой при подсчете стока наносов.

2. Подключение поймы не изменяет вида кривой зависимости расходов наносов от средних скоростей русла, что позволяет рекомендовать данные кривые для подсчета стока наносов на реках с поймами вместо повсеместно принятого метода подсчета стока наносов по кривым  $G = f(Q)$ .

3. Учитывая низкую точность измерений, можно рекомендовать для расчета расходов донных наносов методику В. Н. Гончарова, основанную на учете средних скоростей потока, как для основных русел, так и на реках с поймой.

4. Все приведенные выводы следует считать предварительными, ибо они основаны на сравнительно небольшом экспериментальном материале.

Дальнейшие разработки этого вопроса следует продолжать в направлении увеличения диапазона основных расчетных параметров с целью приближения их к натурным условиям. Для этого в первую очередь необходимо провести опыты на моделях большого масштаба с поймами, имеющими шероховатость, значительно большую шероховатости основного русла.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Барекян А. Ш. Расход руслоформирующих наносов и элементы песчаных волн. Метеорология и гидрология № 8, 1962.
2. Великанов М. А. Динамика русловых потоков, т. 2. Гидрометеиздат, Л., 1955.

3. Гончаров В. Н. Движение наносов. ОНТИ, Л.—М., 1938.
4. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
5. Железняков Г. В. Некоторые особенности движения потока при выходе его на пойму. Сб. «Управление поверхностными и подземными ресурсами». АН СССР, М., 1961.
6. Леви И. И. Динамика русловых потоков. Энергоиздат, М.—Л., 1957.
7. Наставление гидрометеорологическим станциям и постам. Вып. 6, ч. I и III. Гидрометеоздат, Л., 1957.
8. Попов И. В. Методические основы исследований руслового процесса. Гидрометеоздат, Л., 1961.
9. Коллектив авторов ГГИ под редакцией Н. Е. Кондратьева. Русловой процесс. Гидрометеоздат, Л., 1959.
10. Скородумов Д. Е. Об определении расхода по измеренным поверхностным скоростям в связи с распределением скоростей в речном русле. Труды ГГИ вып. 96, 1962.
11. Спицын И. П. О механизме взаимодействия потоков основного русла и поймы. Труды ЛГМИ, вып. 13, 1962.
12. Шамоу Г. И. Речные наносы. Гидрометеоздат, Л., 1954.
13. Colby B. R. and Habbel D. W. Simplified Methods for Computing Total Sediment Discharge with the Modified Einstein Procedure. USA, Washington, 1961.



Т. И. Козлова

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ НА ИЗГИБЕ

Дается краткий анализ методов изучения потоков в извилистых руслах и развитие одного из них — получение характеристик потока на повороте в относительных величинах в графической форме по данным экспериментов в лотках с углами поворота 22,5, 45 и 90°.

Указывается, что на формирование поля скоростей во второй половине изгиба существенное влияние оказывает волновой фактор.

Изучение потоков в извилистых руслах в настоящее время ведется двумя путями. Один — идет от рассмотрения механизма потока на изгибе и соотношения действующих сил к получению характеристик скоростного поля по заданным параметрам. При этом изучение процесса направлено от простейших схем к постепенному усложнению явлений и приближению к натуре. Это — гидродинамический метод. Второй — морфологический имеет дело с конечным явлением и его развитием во времени. Он позволил создать морфологическую классификацию [3], которая на основе одних только внешних геометрических данных излучины дает возможность прогноза ее развития. В настоящее время второй метод нашел применение при решении ряда инженерных вопросов. Однако только синтез этих двух методов, в конечном счете, позволит наиболее полно изучить процесс.

Решение уравнений полуэмпирических теорий турбулентности возможно лишь путем принятия упрощений и допущений [4]. Кроме того, остается неясным вопрос, управляется ли поток только теми динамическими факторами, которые учтены в этих уравнениях. Опыты показывают, что в значительной степени поток на изгибе может быть подвержен также воздействию факторов волнового характера. При движении жидкости изменение вектора скорости в пространстве и времени сходно с эффектом возмущения, хотя поток в целом может считаться установившимся. Скорость распространения возмущения имеет определенную конечную величину и, если она одного порядка со скоростью потока по отношению к твердым его границам, то может существенно влиять на конечную картину течения [5].

Один из способов анализа закономерностей поведения потока на изгибе предложен В. Н. Гончаровым [1]. Он основан на получении всех характеристик, определяющих скоростное поле потока на повороте, в относительных величинах. Изменение их по длине, ширине и глубине потока, представленное в графической форме, является одновременно частным решением трехмерной задачи. Эта идея находит подтверждение также и в работах зарубежных исследователей. Так, при

изучении касательных напряжений на повороте потока с трапецидальным руслом Иппен и Дринкер [6] делают важные выводы о том, что их абсолютные значения изменяются в зависимости от гидравлических характеристик потока и конфигураций русла, а относительные — являются функциями прежде всего геометрических характеристик. Изучение относительных величин, определяющих особенности поведения потока на изгибе, упрощает задачу, частично исключая влияние условий, определяющих распределение скоростей на подводящем участке. Кроме того, получение таких относительных характеристик является одновременно путем познания закономерностей движения реального потока на изгибе и предпосылкой для возникновения новых или утверждения имеющихся теоретических разработок. Среди вопросов, которые требуют первоочередного решения, особенно остро стоят вопросы о влиянии угла и радиуса поворота, а также формы русла на скоростное поле, а следовательно, на все прочие характеристики потока на изгибе.

В дополнение к данным В. Н. Гончарова об изменении средних по вертикали продольных скоростей по ширине и длине изгиба для углов поворота  $135^\circ$  и  $180^\circ$  при прямоугольной форме русла [1] ниже приведены табличные данные для углов поворота  $22,5^\circ$ ;  $45^\circ$  и  $90^\circ$  (табл. 1, рис. 1).

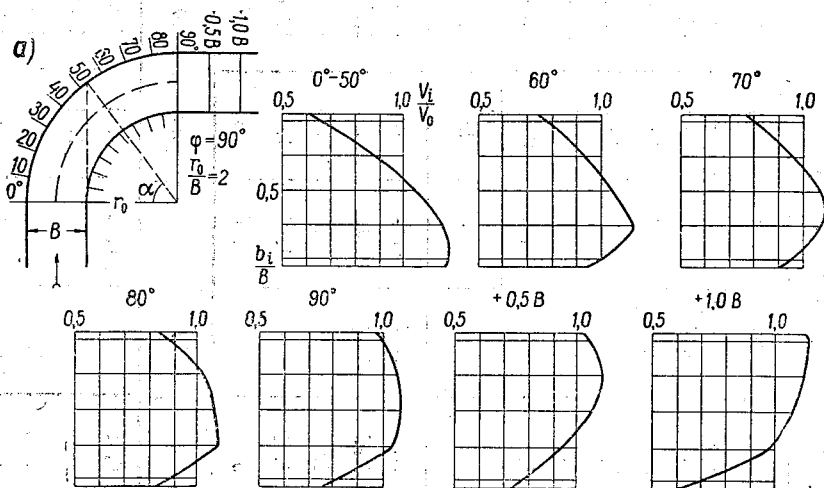


Рис. 1. Изменение средних по вертикали скоростей по длине изгиба:  
 а — схема поворота

Для каждого угла поворота в табл. 1 приведены данные об относительных скоростях при двух значениях кривизны (осредненные по трем наполнениям). Иллюстрацией распределения продольных скоростей для угла поворота  $90^\circ$  при  $\frac{r_0}{B} = 2$  является рис. 1. Условия опытов и параметры установок были приведены ранее [2].

В опытах Иппена и Дринкера впервые отмечено, что высокие скорости вдоль вогнутого берега появляются только ниже касательной к выпуклому берегу (рис. 1а). Наши опыты также подтверждают этот вывод. Кроме того, граница основного участка [2] примерно совпадает с границей, образованной створом, где указанная касательная пересекается с вогнутым берегом. Это позволяет по геометрическим параметрам

$\frac{r_0}{B}$	Скоростная вертикаль	Створы от начала поворота в градусах								Прямолинейный участок за изгибом				
		0—45	50	55	60	70	80	90	0,5 B	1,0 B	1,5 B			
2	I	0,67	0,74	0,78	0,77	0,80	0,86	0,99	1,04	1,14	1,08			
	II	0,89	0,94	0,96	0,94	0,96	1,03	1,06	1,11	1,11	1,10			
	III	1,05	1,03	1,03	1,03	1,08	1,06	1,07	1,05	1,06	1,04			
	IV	1,17	1,14	1,14	1,14	1,09	1,09	1,04	0,93	0,96	0,94			
	V	1,18	1,10	1,05	1,00	0,94	0,88	0,79	0,76	0,64	0,71			
4		0—25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	80	90	0,5 B
	I	0,78	0,83	0,86	0,89	0,92	0,92	0,96	0,96	0,96	0,97	1,01	1,03	1,04
	II	0,97	0,96	0,97	0,97	1,00	1,01	1,03	1,08	1,04	1,05	1,05	1,05	1,06
	III	1,06	1,05	1,04	1,06	1,05	1,05	1,09	1,05	1,03	1,05	1,02	1,02	1,02
	IV	1,09	1,10	1,08	1,11	1,06	1,07	1,05	1,00	1,04	0,96	0,99	0,97	0,97
V	1,02	0,97	0,96	0,88	0,88	0,87	0,82	0,83	0,80	0,86	0,87	0,84	0,84	
5,5		0—25	30	35	40	45	50	50	60	70	80			
	I	0,75	0,84	0,90	0,81	0,93	0,92	0,95	1,02	0,96	0,98			
	II	0,97	1,01	1,01	1,08	1,04	1,04	1,04	1,02	1,07	1,05			
	III	1,05	1,08	1,05	1,08	1,06	1,04	1,05	1,03	1,06	1,04			
	IV	1,10	1,08	1,06	1,07	1,00	1,04	1,04	1,03	1,00	0,99			
V	1,01	0,83	0,78	0,72	0,80	0,82	0,88	0,85	0,86	0,84				

$\alpha = 45^\circ$ 

Продолжение

$\frac{r_0}{B}$	Скоростная вертикаль	0—32,5	37,5	45	0,5 B	1,0 B	1,5 B	2,5 B	4 B	5 B		
2	I	0,70	0,75	0,84	1,03	1,14	1,16	1,16	1,07	1,04		
	II	0,89	0,92	1,02	1,13	1,19	1,16	1,16	1,08	1,05		
	III	1,08	1,15	1,12	1,14	1,10	1,12	1,09	1,04	1,03		
	IV	1,19	1,13	1,13	1,03	1,00	0,96	0,95	0,96	0,96		
	V	1,05	0,94	0,80	0,56	0,53	0,54	0,63	0,83	0,85		
6		0—17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	45	1,0 B	1,5 B	2,5 B	4 B	
	I	0,75	0,83	0,91	0,87	0,89	1,04	1,02	1,18	1,10	1,02	
	II	0,95	0,96	1,00	1,00	1,05	1,08	1,05	1,13	1,09	1,08	
	III	1,08	1,09	1,05	1,06	1,09	1,04	1,04	1,06	1,05	1,07	
	IV	1,13	1,12	1,07	1,07	1,05	0,98	1,01	0,90	0,93	0,96	
	V	1,04	0,95	0,93	0,86	0,83	0,74	0,82	0,68	0,75	0,76	

 $\alpha = 22,5^\circ$ 

		$\frac{r_0}{B} = 2$				$\frac{r_0}{B} = 4$		
	Скоростная вертикаль	00—16,7	22,5	0,5 B	1,0 B	0—22,5	0,5 B	1,0 B
	I	0,75	0,78	1,00	1,02	0,94	0,98	1,04
	II	0,91	0,91	1,02	1,05	1,01	1,04	1,09
	III	1,01	1,04	1,03	1,12	1,00	1,06	1,10
	IV	1,18	1,21	1,14	1,10	1,10	1,10	1,04
	V	1,07	0,98	0,62	0,55	0,92	0,74	0,60

Примечание. Вертикали I, II, III, IV и V расположены на 0,05; 0,275; 0,5; 0,725 и 0,95 B от внешнего берега.

рам изгиба выделить участок, где максимальные скорости будут располагаться у выпуклого берега. Зависимость нижней границы этого участка от кривизны русла представлена на рис. 2.

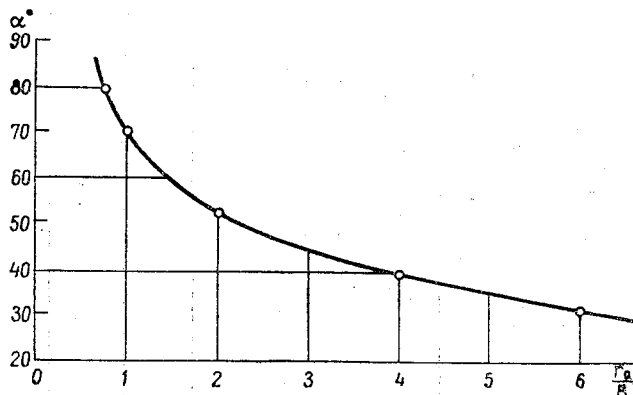


Рис. 2. Зависимость нижней границы основного участка от кривизны изгиба.

При  $\frac{r_0}{B} < 2$  она описывается формулой

$$\alpha_{\text{осн}} = \frac{1}{0,0052 \frac{r_0}{B} + 0,0085}$$

Для отношений  $\frac{r_0}{B} \geq 2$

$$\alpha_{\text{осн}} = \frac{1}{0,003 \frac{r_0}{B} + 0,014}$$

Изгибы с углом поворота менее  $30^\circ$  оказываются полностью в пределах этого участка, а смещение максимальных скоростей к вогнутому берегу происходит уже за пределами изгиба.

Расчет скоростей на этом, так называемом, «основном участке» [2] в условиях прямоугольного русла можно производить по данным распределения скоростей на прямолинейном участке

$$V_i = V_{i_{\text{пр}}} \frac{r_0}{r_i},$$

т. е. по закону площадей с учетом торможения стенок.

Близкие к экспериментальным получаются данные расчетов по эмпирической формуле В. Н. Гончарова [1]

$$\frac{V_i}{V_0} = 1,08 \frac{r_0}{r_i} \left( \frac{b}{B} \right)^{0,08},$$

где  $V_i$  — средняя скорость на вертикали в пределах основного участка,

$V_0$  — средняя скорость на осевой вертикали (близка к средней по сечению),



$V_{i_{\text{пр}}}$  — средняя скорость соответствующей вертикали на прямолинейном участке перед изгибом,  
 $r_0$  — осевой радиус изгиба,  
 $r_i$  — радиус, соответствующий положению скоростной вертикали,  
 $b$  — координата, имеющая нулевое значение на стенках и равная  $B$  на середине потока.

Нижележащий участок потока имеет сложную структуру скоростного поля, которую нельзя подчинить законам потенциального движения. Здесь даже при числах Фруда, значительно меньших единицы, существенную роль могут играть явления волнового характера. Если рассматривать изменение характеристик скоростного поля по длине изгиба как плоскую задачу, то следует разделить поток по глубине на отдельные слои, которые будут подвержены разному силовому воздействию.

Донные струи находятся под действием силы тяжести и давления  $(P + \gamma h)$ , имеющих природу силовых потенциалов. Они могут быть названы соответственно потенциалом давления и потенциалом веса. Линии постоянного давления являются линиями потенциала давления, а линии постоянного уклона являются линиями постоянного потенциала веса. Обе системы представляют векторные поля сил и могут быть объединены (рис. 3).

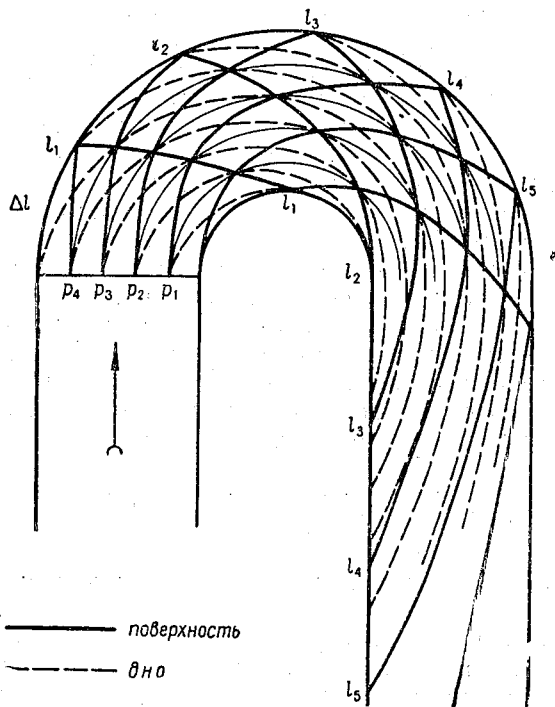


Рис. 3. Схема определения направления донных струй:  
 $l_i$  — линии равных длин дуг (уклонов)

Приведенная схема иллюстрирует возможность построения траекторий донных и поверхностных струй. При этом сделано допущение о равномерности распределения по ширине и неизменности по длине

изгиба поперечного уклона, обуславливающего изменение давления на дне ( $P + \gamma h$ ). Вторым допущением является произвольный выбор соотношения потенциалов веса и давления. Во второй половине изгиба непотенциальность движения хорошо иллюстрируется данной схемой. Донные траектории соответствуют, по существу, отраженным поверхностным. Траектории поверхностных струй проведены при условии равновесного воздействия центробежной силы инерции в направлении внешнего берега на участке потенциального движения жидкости.

Поверхностные струи на границе между жидкостью и атмосферой не управляются в своем движении стенками, не реагируют мгновенно на положение жестких границ. Давление в каждой точке, лежащей на поверхности, равно атмосферному и влияние искривления дна и стенок на поверхностные струи начинают сказываться позднее. Эти струи имеют большую по сравнению с донными скорость и, следовательно, большую инерционность. Кроме силы тяжести, при крутых поворотах на них значительное влияние могут оказывать факторы волнового характера. В потоке, где скорости движения жидкости соизмеримы со скоростью распространения возмущения, это влияние может сказаться двояко. Во-первых, изменение вектора скорости в пространстве (отражение струй от стенок) имеет волновую природу. Во-вторых, набегание струй на вогнутый и отрыв от выпуклого берега приводит к образованию волновых фронтов, которые у вогнутого берега будут сходящимися, что приводит к увеличению скоростей переноса частиц, так как высота и скорости волн здесь будут складываться [5].

Действие этих факторов и центробежной силы приводит к тому, что после отмеченной границы поток приобретает максимальные скорости у вогнутого берега даже несмотря на то, что уклон водной поверхности (повышение уровня у внешнего берега за счет центробежных сил и волнового набегания) противодействует такой перестройке. Направление линий тока и характер их изменения (в частности, при прохождении через фронт элементарной волны) определяется уравнениями неразрывности и количества движения и геометрией векторного поля. Для бурного потока по этому вопросу имеются некоторые разработки [5]. Строгое исследование пространственных задач при малых числах Фруда затrudнено. Применение графического анализа упрощает решение и этой задачи, так как вектор полной скорости есть сумма составляющих продольной и поперечной скоростей (циркуляции и смещения) с учетом различного их воздействия в разных частях потока.

$$\vec{V} = \vec{V}_{\text{прод}} + \vec{V}_{\text{цирк}} + \vec{V}_{\text{смещ}} + \vec{V}_{\text{волн}}$$

В каждой точке потока соотношение и направление этих векторов различно. Так, в начале изгиба на дне векторы циркуляции и смещение направлены к внутреннему берегу. На поверхности они противоположны по направлению. Но по длине изгиба это соотношение изменяется, так как направление скорости смещения меняется на противоположное. Влияние факторов волнового характера может быть существенным при значительной кривизне для поверхностной части потока и пренебрежимым для донной.

Проведенные исследования относятся к достаточно крутым поворотам ( $\frac{r_0}{B} < 6$ ), но именно при таких соотношениях все закономерности, связанные с явлением изгиба, выражены резко и являются доминирующими. Механизм речной излуины, как совокупности одиночных изги-

бов, нельзя вскрыть без понимания роли каждого изгиба в трансформации скоростного поля. Ряд наших опытов на модели со сложным изгибом показал, что механизм одиночных изгибов остается тем же и при их взаимодействии. При этом с зоной перестройки скоростей в плане (например, от максимальных скоростей у внутреннего берега к максимальным — у внешнего) совпадает зона формирования перекатного участка.

Полученные закономерности помогают объяснить процессы, типизированные в виде морфологических классификаций И. В. Поповым и Н. Е. Кондратьевым [3]. Из структуры скоростного поля можно объяснить факт разворота излучины при больших углах поворота и смещения ее вниз при малых (менее  $90^\circ$ ). Приводимые в работе данные, только по плановым характеристикам изучены без сложных математических операций, позволяют рассчитать относительное увеличение скорости у внутреннего берега в первой половине изгиба и у внешнего — во второй; определить примерную длину участка, условно названного основным; а следовательно, представить рельеф и тенденцию развития излучины, связанную с подмывом берегов в зонах увеличения скоростей.

Путь анализа относительных величин, использованный в данной работе, может быть очень перспективным и в других областях исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
2. Козлова Т. И. К вопросу о методике расчета продольных скоростей на изгибе. Труды ЛГМИ, вып. 26, 1964.
3. Попов И. В. Методические основы исследований руслового процесса. Гидрометеоздат, Л., 1961.
4. Розовский И. Л. Движение воды на повороте открытого русла. Изд. АН УССР, Киев, 1965.
5. Рауз Х. Механика жидкости для инженеров-гидротехников. Госэнергоиздат, М., 1958.
6. Arthur T. Ippen and Philip A. Drinker. Boundary shear stress in curved trapezoidal channels. Journal of the Hydraulics division. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1963.

Г. В. Иванов

## РАСЧЕТ СРЕДНИХ СКОРОСТЕЙ НА ВЕРТИКАЛЯХ В РУСЛОВОМ ОТСЕКЕ ПРИ НЕСОВПАДЕНИИ ОСЕЙ РУСЛОВОГО И ПОЙМЕННОГО ПОТОКОВ

(криволинейное в плане русло)

По экспериментальным данным получены формулы для вычисления средних скоростей на вертикалях в русловом отсеке криволинейного потока.

Эти скорости зависят от изменений угла между пойменным и русловым створами, расстояния от бровки русла и глубины наполнения русла.

### 1. Краткое описание опытов

Расчетные зависимости, о которых говорится ниже, получены из опытных данных. Опыты были поставлены в 1962 г. в гидравлической лаборатории ЛГМИ.

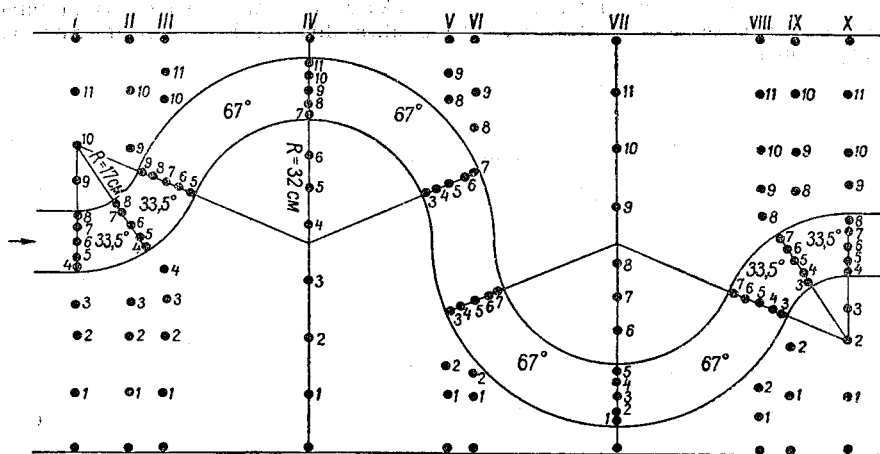


Рис. 1. План экспериментальной установки:

● — вертикали, на которых измерялись скорости, (33,5°; 67° — углы между русловыми створами)

На экспериментальной установке, план которой дается на рис. 1, измерялись величина и направление местных скоростей. До выхода потока на пойму скорости измерялись на шестнадцати створах, а после выхода потока на пойму — на десяти створах, расположение которых приведено на рис. 1.

Измерениями освещены три наполнения русла до выхода потока на пойму и четыре наполнения после выхода потока на пойму. В русловом отсеке до и после выхода потока на пойму скорости измерялись на пяти вертикалях, после выхода потока на пойму к этим вертикалям добавлялись шесть—восемь вертикалей на пойме.

Уклон поймы модели, изготовленный из ожелезненного бетона, равнялся 0,006. Глубина русла модели 5 см, ширина русла 16 см, ширина поймы 105 см, глубины на пойме изменялись от 2 до 6,5 см.

## 2. Коэффициент пропускной способности в русле до выхода потока на пойму

Произведенный анализ опытных данных показал, что средние скорости на вертикалях зависят от расположения вертикали относительно берегов русла, от угла между пойменным и русловым створами и от наполнения русла, т. е.

$$V_{cp} = f(b/2B, \alpha^\circ, H),$$

где  $2B$  — ширина русла,

$b$  — расстояние от правого берега.

Для каждой вертикали были выявлены зависимости продольных составляющих средней скорости от глубины. По графикам изменения  $V_{cp} = f(H)$  были установлены средние значения и средние в диапазоне изменения глубин в русле. Эту величину скорости обозначим  $V_{cp}^*$ , а координату глубин, на которой наблюдаются эти значения скорости, через  $H^*$ . По этим данным определялись значения пропускной способности  $C_0^*$

$$C_0^* = \frac{V_{cp}^*}{\sqrt{2gH^*i}} \quad (1)$$

Тщательное рассмотрение изменений коэффициентов  $C_0^*$  (табл. 1) от створа к створу показало, что все значения коэффициентов пропускной способности  $C_0^*$  можно описать уравнением эллипса с полуосями  $p$  и  $s$

$$\frac{(x'')^2}{p^2} + \frac{(y'')^2}{s^2} = 1,0, \quad (2)$$

центр которого перемещается в координатном поле  $C_0^*$  и  $b/2B$  с одновременным поворотом. Угол наклона большей оси эллипса к оси  $b/2B$  равен  $\theta$ .

Таблица 1

Номер вертикалей	Номер створа									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	17,8	15,5	8,4	28,6	10,0	6,7	24,4	14,0	37,7	28,7
2	21,9	20,2	8,9	31,1	11,3	8,5	28,6	14,3	35,3	39,7
3	25,2	21,9	9,6	28,6	11,0	11,0	35,4	14,1	30,2	35,6
4	26,9	24,4	9,4	23,5	11,0	12,4	37,0	11,4	23,6	30,2
5	26,0	21,9	7,6	21,9	11,4	13,7	33,7	8,4	17,7	29,0

Координаты центра эллипса  $C_{00}^*$  и  $(b/2B)_0$  приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Номер створа	Угол между руслом и пойменным створом	Абсолютное значение разности углов между соседними створами	Последовательная сумма разностей углов между соседними створами	Координаты центра эллипса		
				$C_{00}^*$	$(b/2B)_0$	$K = \text{tg } \theta$
I	0,00		0,00	4,0	0,13	0,26
II	33,5	33,5	33,5	0,0	0,30	0,225
III	67,0	33,5	67,0	-11,0	0,60	-0,020
IV	0,000	67,0	134,0	4,0	0,71	-0,180
V	67,0	67,0	201,0	-10,0	0,50	0,045
VI	67,0	0,00	201,0	-10,0	0,50	0,045
VII	0,00	67,0	268,0	4,0	0,23	0,270
VIII	67,0	67,0	335,0	-9,0	0,55	-0,065
IX	33,5	33,5	368,0	0,0	0,70	-0,170
X	0,00	33,5	402,0	4,0	0,87	-0,300

На рис. 2 показана зависимость положения координаты от угла между направлением руслового и пойменного створов, которая описывается уравнением

$$C_{00}^* = 10 \sqrt{576 - \left(\frac{\alpha}{10} + 0,7\right)^2} - 20, \quad (3)$$

где  $\alpha$  — угол между русловым и пойменным створами.

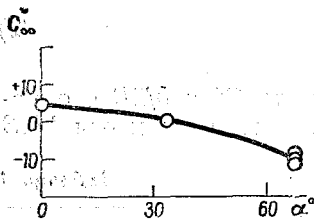


Рис. 2. График связи положения координаты центра эллипса  $C_{00}^*$  от угла между русловым и пойменным створами.

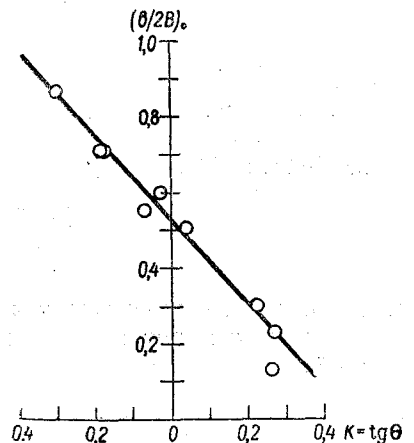


Рис. 3. График связи между положением центра эллипса по ширине русла и тангенсом угла наклона большой оси эллипса к оси абсцисс.

На рис. 3 представлена связь между  $\text{tg } \theta$  и положением центра эллипса по ширине русла. Из рисунка видно, что с некоторым приближением эту связь можно считать линейной. Уравнение ее следующее:

$$K = \text{tg } \theta = 0,475 - 0,89 (b/2B)_0. \quad (4)$$

На рис. 4 дана графическая связь между последовательной суммой углов между соседними створами и  $(b/2B)_0$  — координатой положения центра эллипса. Она имеет вид

$$(b/2B)_0 = 0,000366 \Sigma \alpha + 0,13 + 0,118 \arccos(\cos 1,343 \Sigma \alpha). \quad (5)$$

Последние две формулы позволяют получить уравнение, показывающее изменение  $K$  по длине русла.

$$K = 0,359 - 0,000325 \Sigma \alpha - 0,167 \arccos(\cos 1,343 \Sigma \alpha). \quad (5a)$$

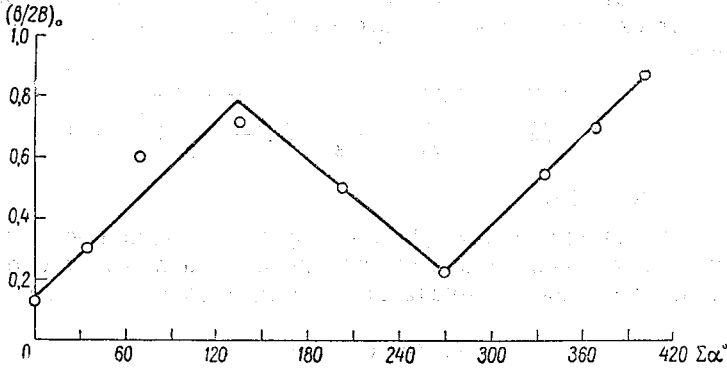


Рис. 4. График связи между последовательной суммой углов между створами и координатой  $b/2B_0$  эллипса.

Имея уравнения для координат  $C_{00}^*$  и  $(b/2B)_0$ , можно получить аналитическое уравнение для коэффициентов пропускной способности. Получение этих выражений производится по формулам (6) и (2).

$$\left. \begin{aligned} x'' &= [b/2B - (b/2B)_0] \cos \theta + (C_0^* - C_{00}^*) \sin \theta \\ y'' &= -[b/2B - (b/2B)_0] \sin \theta + (C_0^* - C_{00}^*) \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Подставляя  $x''$  и  $y''$  в формулу (2) и решая ее относительно  $C_0^*$ , можно получить значения коэффициентов пропускной способности для руслового отсека до выхода потока на пойму. При расчете по формуле (2) конкретные значения  $p$  и  $s$  приняты для данной серии опытов:  $p = 9$  и  $s = 2,5$ .

Уравнение (2) можно решать аналитически и графически. Значения коэффициентов  $C_0^*$  графически находятся быстрее.

### 3. Коэффициент пропускной способности в русловом отсеке после выхода потока на пойму

Коэффициенты пропускной способности для продольной составляющей средней скорости на вертикалях в русловом отсеке изменяются в зависимости от гладкости русла и описываются уравнением

$$R^2 = \left( \frac{C_0 - A}{a} \right)^2 + \left( \frac{H/\Delta - D}{g} \right)^2, \quad (7)$$

где  $R, A, D$  — коэффициенты, которые определяются по уравнениям (8), (9), (10);

$a$  и  $g$  — масштабные коэффициенты;

$H/\Delta$  — гладкость русла.

Обработка экспериментальных данных показала, что

$$R = \sqrt{48,4 g/a}, \quad (8)$$

$$A = -113 + 2,40 C_0^*, \quad (9)$$

$$D = g \sqrt{R^2 - (A/a)^2}. \quad (10)$$

В результате всех преобразований и определения масштабных коэффициентов для данной серии опытов пропускная способность в русловом отсеке после выхода потока на пойму может определяться по уравнению

$$C_0 = 5 \sqrt{22^2 - \left( \frac{H/\Delta}{50} - \sqrt{22^2 - \left( \frac{A}{a} \right)^2} \right)^2} + A, \quad (11)$$

где  $A$  находится по (9).

Как видно из уравнения (11), пропускная способность на вертикалях в русловом отсеке после выхода потока на пойму тесно связана с пропускной способностью русла до выхода потока на пойму.

#### 4. Заключение

Приведенные расчетные зависимости по одной серии опытов, являющиеся первой попыткой расчета сложного пространственного потока по его ширине и длине, указывают на возможность отыскания функций, которые описывают изменение пропускной способности руслового отсека. Пропускная способность зависит от относительного расстояния вертикали от бровки русла и от угла между русловым и пойменным створами. По зависимостям (11, 6, 2), отражающим сложность движения и взаимодействия руслового и пойменного потоков при наличии криволинейного в плане русла, и формуле Шези можно рассчитать поле продольных скоростей в русловом отсеке до и после выхода потока на пойму.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеониздат, Л., 1962.
2. Ржаницын Н. А. Морфологические и гидрологические закономерности строения речной сети. Гидрометеониздат, Л., 1960.



И. П. Спицын

## К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ РАВНОМЕРНОГО ПОТОКА В РУСЛЕ С НЕОДНОРОДНЫМИ СТЕНКАМИ

В статье рассматривается вопрос о величине коэффициента скорости Шези и коэффициента шероховатости русла, имеющего неоднородную стенку. Работа основана на материалах лабораторных опытов, проведенных автором в гидравлической лаборатории ЛГМИ. Автором установлены зависимости для определения приведенных коэффициента шероховатости и коэффициента скорости Шези с учетом роли взаимодействия отсеков потока, имеющих различные продольные средние скорости течения.

В практической гидравлике равномерного движения водных потоков чрезвычайно важное значение и обширнейшее применение при расчетах и проектировании всякого рода каналов имеет формула Шези

$$V = C \sqrt{Ri}. \quad (1)$$

Эта формула также широко применяется в речной гидравлике при подсчете максимальных расходов по отметкам высоких вод и экстраполяции кривых.

Во всех случаях применения формулы Шези необходимо иметь численное значение коэффициента  $C$ . В настоящее время при наличии сведений о значениях коэффициента шероховатости  $n$  или  $\gamma$  для русел с однородными стенками определение величины  $C$  не представляет никакой трудности.

Однако в практике гидравлических расчетов иногда встречаются случаи, когда стенки на рассматриваемом участке неоднородны, так, например, дно канала может иметь одну шероховатость, а боковые стенки другую, или широкой пойме реки на различных участках по ширине можно придать неодинаковую величину коэффициента шероховатости  $n$ . В подобных случаях справочная литература [2, 4, 5] рекомендует формулы для определения приведенного коэффициента  $C$ , или приведенного коэффициента шероховатости  $n_r$ .

Формулы для этих коэффициентов получены в предположении, что касательные напряжения действующей силы тяжести преодолевают касательные напряжения сопротивления на участках стенки с различной шероховатостью. В данном случае совершенно не учитывается та необходимая часть движущей энергии потока, которая расходуется потоком на преодоление сопротивления, вызванного процессами массообмена при взаимодействии отсеков, движущихся с различной продольной скоростью.

Рассматривая взаимодействие отсеков потока аналогично взаимодействию потоков русла и поймы [1, 6], где разность продольных скоростей является следствием различия глубин и шероховатостей, можно прийти к аналогичному выводу, что неучет взаимодействия отсеков может привести к грубым ошибкам. С целью изучения физической стороны процесса взаимодействия отсеков и отыскания возможности учета влияния его при расчете равномерного потока в русле с неоднородной шероховатостью в лаборатории Ленинградского гидрометеорологического института были выполнены специальные исследования.

Эти исследования проводились на схематизированной модели русла шириной 150 см со стеклянными боковыми стенками, дно которого имело две полосы с различной шероховатостью. Одна полоса шириной 75 см во всех опытах имела постоянную шероховатость ( $n_1 = 0,011$  — стекло), другая такой же ширины в первой серии опытов имела средний гидравлический коэффициент шероховатости  $n_2 = 0,021$ , и в другой —  $n_3 = 0,038$ . Таким образом, первая серия опытов выполнялась при отношении коэффициентов шероховатости  $\frac{n_2}{n_1} = 1,91$ , а вторая при  $\frac{n_3}{n_1} = 3,45$ .

Длина экспериментальной установки равнялась 9 м. Уклон дна модели  $i = 0,0016$ . Расход воды на модели фиксировался треугольным водосливом. Предельное значение расхода составляло 96 л/сек. Скорости потока измерялись трубкой Пито. Уровни воды определялись по пьезометрам, выведенным за пределы модели, водомерными иглами и специальными рейками. Желая сравнительным анализом установить, к каким результатам приводит взаимодействие отсеков потока, исследовалась кинематическая структура потока, а также пропускная способность русла и его отсеков в условиях взаимодействия и при полном их разобщении друг от друга вертикальной стеклянной стенкой. С целью детального изучения кинематической структуры потока измерялись скорости через 1 см на каждой из 22 вертикалей при 4—5 горизонтах наполнения с интервалом в 2 см ( $H = 5, 7, 9, 11$  и 13 см).

В каждой серии опытов русло и его отсеки разобщенно и при взаимодействии предварительно тарировались. В результате обработки опытных данных были получены достаточно надежные графические зависимости расхода воды и средней скорости от уровня при постоянном уклоне в условиях взаимодействия и полной изоляции отсеков. В результате обработки данных измерения скоростей потока, при каждом указанном выше горизонте наполнения русла, были получены совмещенные поля изотак и примерные схемы поперечной циркуляции в потоке. На рис. 1 представлена одна картина изотак и схема поперечной циркуляции для потоков, разобщенных стеклянной вертикальной стенкой (2) и взаимодействующих (1) при  $H = 11$  см и  $\frac{n_2}{n_1} = 1,91$ .

Сравнительный анализ полученных полей изотак показал, что скоростное поле значительно перестраивается при взаимодействии. Как видно на рис. 1, при взаимодействии значительно уменьшены скорости в той части потока, где шероховатость дна меньше. Несколько увеличиваются скорости и изменяется характер их распределения в той части потока, где шероховатость дна больше.

При визуальном изучении механизма массообмена при взаимодействии отсеков потока с помощью опилок и пудры марганцово-кислого калия было установлено, что он аналогичен тому, который наблюдается при взаимодействии потоков основного русла и поймы [6].

Здесь, однако, он выражен отчетливее и интенсивнее, так как в данном случае массообмен происходит по всей глубине потока на границе отсеков. В рассматриваемом случае условия для развития поперечной циркуляции лучшие, чем в ступенчатом русле (русло с поймой), поэтому она выражена более отчетливо и интенсивно. Наблюдать за поперечной циркуляцией можно было по перемещению мелких песчинок (наносов), попадающих на модель, из которых в местах восходящих токов [3] образовывались продольные гряды, параллельные границе отсеков и боковым стенкам. Место расположения продольных гряд, как это выяснилось при обработке опытных данных, соответствует (рис. 1 а) поднятию изотак от дна и области восходящих токов двух соседних винтовых шнуров (рис. 1 б). По числу образующихся на дне продольных гряд достаточно точно определить число винтовых шнуров и их направление. Можно полагать, что, благодаря сильно развитой поперечной циркуляции, возмущения, образующиеся в области больших градиентов скорости (на границе сопряжения отсеков) и отделяющиеся от дна с большей шероховатостью, распространяются на все живое сечение отсека потока над частью русла с меньшей шероховатостью. Турбулизация этой части потока дополнительными возмущениями значительно повышается. Продольные скорости здесь уменьшаются. В отсеке потока над большей шероховатостью за счет попавших сюда масс потока с большими скоростями продольные скорости несколько увеличиваются. Однако эти увеличения только частично компенсируют затраченную энергию потока на процессы массообмена при взаимодействии отсеков потока. В результате изложенного пропускная способность русла с неоднородной шероховатостью  $Q$  оказывается меньше той, которую имели (при том же уровне и уклоне) разобщенные отсеки потока на величину  $\Delta Q$ .

$$Q = (Q_1 + Q_2) - \Delta Q. \quad (2)$$

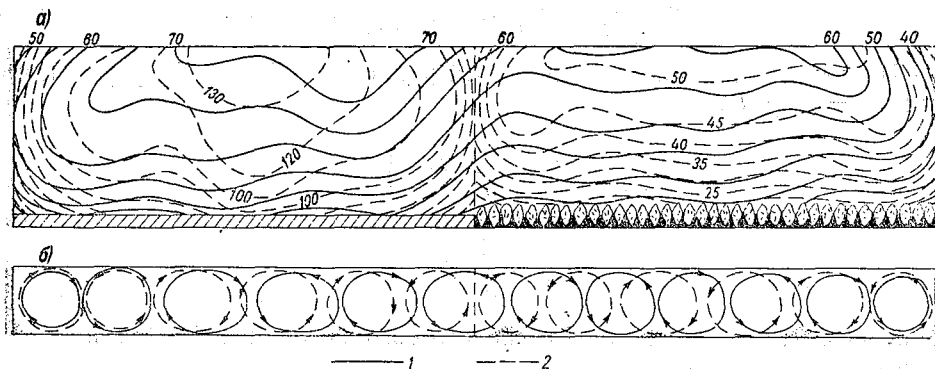


Рис. 1. Поля изотак (а) и схема поперечной циркуляции (б) в русле с неразобщенной (1) и с разобщенной (2) вертикальной стенкой

( $H - 11$  см,  $n_2/n_1 = 1,91$ ,  $i = 0,0016$ )

В отдельных случаях величина  $\Delta Q$  достигает 30%. Исходя из теоретических положений [1] о том, что тормозящее влияние при массообмене пропорционально разности продольных скоростей отсеков  $\Delta V = V_1 - V_2$  и глубине на границе отсеков, была установлена графич-

ческая (рис. 2) и аналитическая связь величины  $\Delta Q$  с разностью продольных скоростей отсека гидравлическим радиусом и длиной смоченного периметра русла.

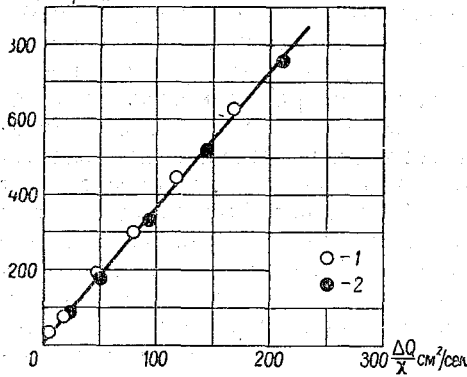


Рис. 2. Графическая зависимость уравнения (3) при  $\frac{n_2}{n_1} = 1,91 - (1)$  и  $\frac{n_2}{n_1} = 3,45 - (2)$ .

$$\frac{\Delta Q}{\chi} = K(V_1 - V_2)R, \quad (3)$$

где  $K$  — величина постоянная, равная для выполненных двух серий опытов 0,278.

Для получения выражения «приведенного коэффициента»  $C_r$  или коэффициента шероховатости  $n_r$  воспользуемся уравнением (2), произведя замену его членов по (1) и (3)

$$\begin{aligned} \chi RC_r \sqrt{Ri} &= \chi_1 R_1 C_1 \sqrt{R_1 i} + \\ &+ \chi_2 R_2 C_2 \sqrt{R_2 i} - K \chi R (C_1 \sqrt{R_1 i} - \\ &- C_2 \sqrt{R_2 i}), \end{aligned} \quad (4)$$

принимая

$$R_1 = R_2 = R \text{ и } \chi = \chi_1 + \chi_2(1 + a),$$

где  $a = \frac{\chi_2}{\chi_1}$ ;  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R$  — гидравлические радиусы отсеков и всего потока;

$\chi$ ,  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  — соответственно смоченные периметры [4].

После сокращения и преобразования выражения (4) получим, что приведенный коэффициент Шези будет равен

$$C_r = \left( \frac{1}{1+a} - K \right) C_1 + \left( \frac{a}{1+a} + K \right) C_2. \quad (5)$$

Пользуясь при определении коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  формулами (при  $R_1 = R_2 = R$ ):

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{n_1} R^y, \\ C_2 &= \frac{1}{n_2} R^y, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

подставим эти значения в (5), из которого после преобразования получим

$$C_r = \frac{1}{n_r} R^y, \quad (7)$$

где  $n_r$  — приведенный коэффициент шероховатости, равный

$$n_r = \frac{(1+a)n_1 n_2}{n_2 + a n_1 + K(1+a)(n_1 - n_2)}. \quad (8)$$

При  $a = 0$ , т. е.  $n_2 = n_1$  эта формула, как и должно быть, дает  $n_r = n_1$ .

Подсчитанные по формуле (1) с применением выражений (7) и (8) средние скорости потока в русле с неоднородной шероховатостью при  $n_2/n_1 = 1,91$  и  $n_2/n_1 = 3,45$  приводятся в табл. 1.

Таблица 1

R, см	Средние скорости потока V, см/сек									
	опытные		расчетные		по Киселеву		по Павловскому		по Сабанееву	
	$n_2/n_1=1,91$	3,45	1,91	3,45	1,91	3,45	1,91	3,45	1,91	3,45
2	17,0	—	16,9	—	18,4	—	17,7	—	18,0	—
4	26,4	18,2	26,0	18,3	28,4	18,6	27,2	15,8	28,5	18,8
6	35,2	24,3	34,7	24,4	37,9	24,8	36,3	21,1	37,5	24,8
8	43,1	30,1	42,6	29,9	46,5	30,5	44,5	25,9	45,2	29,9
10	50,0	35,1	49,3	34,6	53,8	35,2	51,5	29,9	52,5	34,7
12	—	40,0	—	39,2	—	39,8	—	33,8	—	39,0

Как видно из табл. 1, подсчитанные скорости мало отличаются от полученных в опытах. В таблице также приводятся значения скоростей, подсчитанных по формуле (1) с применением уравнений для  $n$ , Н. П. Киселева [2], Н. Н. Павловского [4] и А. А. Сабанеева [5]. Сравнение полученных данных показывает, что совпадение расчетных значений по указанным уравнениям с опытными имеет место только при определенном соотношении коэффициентов шероховатости отсеков. Это свидетельствует о том, что эти уравнения недостаточно обоснованы физически и поэтому не являются универсальными.

Выражения (5) и (7), в которых коэффициент  $K$  учитывает роль массообмена между отсеками, получены экспериментальным путем при таких значениях главных динамических параметров ( $Re = 5400 \div 110000$ ;  $F_r = 0,12 \div 0,95$ ), что режимы потоков на моделях были принципиально подобны натурным объектам. Однако рекомендовать их для натуральных условий можно только после дополнительных более широких лабораторных исследований и проверки на натуральных объектах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеоздат, Л., 1962.
2. Киселев Н. П. Справочник по гидравлическим расчетам. Госэнергоиздат, М.—Л., 1957.
3. Офицеров А. С. Вторичные течения. Гос. изд. лит. по строит., архитект. М., 1959.
4. Павловский Н. Н. Собрание сочинений, том I. Изд. АН СССР, М., 1955.
5. Сабанеев А. А. О расчете равномерного потока в русле с неоднородными стенками. Труды ЛПИ, вып. 5, 1948.
6. Спицын И. П. О механизме взаимодействия потоков основного русла и поймы. Труды ЛГМИ, вып. 13, 1962.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ  
ГИДРОФИЗИКА

---

С. И. Дмитриев

### К ТЕОРИИ ДИФФУЗИИ ВЛАГИ В КАПИЛЛЯРАХ

Рассматривается ряд вопросов теории испарения жидкостей из капилляров. В отличие от существующих теорий капиллярного испарения теоретические построения основаны на рассмотрении пространственной (не одномерной) задачи передвижения паров в зоне испарения капилляра. Получено общее решение дифференциального уравнения стационарного поля упругости паров в зоне испарения капилляра. Рассмотрены частные случаи решения этого уравнения при наименее сложных краевых условиях задачи. Получена формула для подсчета интенсивности капиллярного испарения.

Во многих отраслях промышленного и сельскохозяйственного производства, на стройках и транспорте постоянно приходится иметь дело с дисперсными средами и материалами (цемент, кирпич, древесина, керамика, уголь, зерно, почвы, грунты и т. п.), которые обычно относятся к категории капиллярно-пористых тел [6].

Свойства этих тел, а следовательно, и качественная их ценность в значительной степени зависят от количества содержащейся в них влаги. Отсюда понятно, насколько важно уметь рассчитывать, прогнозировать изменение влажности этих сред во времени.

При изучении режима высыхания капиллярно-пористых тел вот уже несколько десятилетий широко используются количественные зависимости, выражающие интенсивность испарения воды из одиночных цилиндрических капилляров. Между тем справедливость этих зависимостей ввиду их неполного соответствия данным экспериментов в последние годы оспаривается или ставится под сомнение целым рядом исследователей [1, 6, 16 и др.].

Изложенное выше побудило нас рассматривать основные положения теории капиллярного испарения и, по возможности, внести в нее некоторые уточнения и дополнения.

#### 1. Состояние вопроса

Для изучения интенсивности испарения влаги из одиночных капилляров ( $i$ ,  $г \cdot см^{-2} \cdot сек^{-1}$ ) обычно используется известная формула Стефана, которая может быть записана в виде

$$i = \frac{D_p P}{z_{пл}} \ln \frac{P - p_{пов}}{P - p_0}, \quad (1)$$

где  $D_p$  — коэффициент пропорциональности, величина его определяется из выражения

$$D_p = D_d \frac{\mu}{R_c T}, \quad (2)$$

где  $D_d$  — коэффициент диффузии паров воды в воздухе при абсолютной температуре  $T$  и атмосферном давлении  $P$ ,

$\mu$  — молекулярный вес воды,

$R_c$  — универсальная газовая постоянная,

$z_{пл}$  — расстояние от устья капилляра до оголовка пристеночной надменисковой пленки воды,

$p_{пов}$  — упругость паров воды в воздухе в поперечном сечении устья капилляра,

$p_0$  — упругость паров воды в воздухе в поперечном сечении капилляра на уровне  $z_{пл}$  (над мениском).

В первом приближении величина  $p_0$  принимается равной  $p_m$  (при малой кривизне поверхности мениска) или вычисляется из соотношения Томсона ( $p_0 = p_{m,r}$ ), имеющего вид

$$\varphi = p_{m,r} / p_m = \exp\left(-\frac{2\alpha}{\rho\delta} \frac{\mu}{R_c T}\right), \quad (3)$$

где  $p_m$  — упругость насыщающих воздух паров воды над плоской водной поверхностью при абсолютной температуре  $T$ ,

$p_{m,r}$  — упругость насыщающих воздух паров воды над водной поверхностью, имеющей радиус кривизны, равный величине  $\delta$  (при той же температуре  $T$ ),

$\alpha$  — поверхностное натяжение воды,

$\mu$ ,  $\rho$  — соответственно молекулярный вес воды и ее плотность.

В качестве иллюстрации к уравнениям (1) и (3) на рис. 1 а приведена схема, поясняющая одномерную задачу по расчету испарения воды из капилляра.

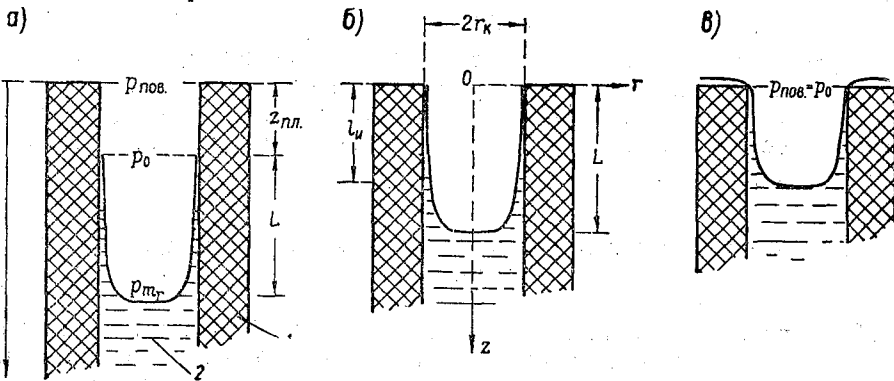


Рис. 1. Схемы различных случаев состояния увлажнения капилляров при наличии испарения:

1 — стенка капилляра, 2 — жидкость (вода)

Применительно к тем случаям, когда перепад упругости паров воды в воздухе мал, а также имеет место соотношение  $P \gg p_i$  (что как правило, и наблюдается в природных условиях), формула Стефана (1) может быть сведена к уравнению диффузии, записанному в форме конечных разностей [6]:

$$i = -\frac{D_p P}{(P - p)} \frac{dp}{dz} \cong -D_p \frac{p_1 - p_2}{z_1 - z_2} = -D_p \frac{p_0 - p_{пов}}{z_{пл}} \quad (4)$$

Уравнение (4) используется исследователями в качестве математического выражения интенсивности передвижения паров воды в воздушном пространстве капилляра [2, 5, 8, 15 и др.].

Согласно соотношений (1) и (4), задача по изучению передвижения паров воды в капилляре рассматривается как одномерная, т. е. принимается, что упругость паров воды изменяется только по глубине капилляра  $z$  и является одинаковой во всех точках любого поперечного сечения капилляра.

На наш взгляд, представления о возможности изучения явления диффузии паров воды в капилляре как задачи одномерной вполне оправданы только в том случае, когда речь идет о пространстве капилляра в пределах от его поперечного сечения у устья до поперечного сечения на глубине  $z_{пл}$  (рис. 1а). В этой области в первом приближении справедливы как формула (1), так и уравнение (4), если указанные выше условия применения последнего ( $P \gg p_i$  и др.) соблюдаются в опыте полностью.

Что же касается характера передвижения паров воды в воздушном пространстве зоны испарения капилляра, то в этой области, ввиду наличия на стенках капилляра водной пленки, упругость пара значительно изменяется не только по глубине  $z$ , но и в направлении радиальной координаты [3, 4]. Поэтому здесь передвижение паров воды в данной точке может происходить или в направлении одной из координатных осей или в направлении, не совпадающем с осями координат. Отсюда следует, что в зоне испарения капилляра интенсивность передвижения паров необходимо изучать с помощью уравнения диффузии вида

$$i = -D_p \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (5)$$

где  $\tilde{n}$  — нормаль к элементарной площадке, ортогональной по отношению к линиям тока паров воды.

Следовательно, задачу по расчету передвижения парообразной влаги в зоне испарения капилляра надо рассматривать как пространственную. Ниже предпринята попытка исследовать эту задачу для условий изотермического режима и полного смачивания стенок капилляра жидкостью (водой).

## 2. Поле упругости паров в зоне испарения цилиндрического капилляра

Зона испарения капилляра представляет собой ту часть воздушного пространства, которое заключено между поверхностью мениска и пристеночной (надменисковой) пленкой жидкости (рис. 1). Из этой зоны пары диффундируют в окружающее пространство, если в нем упругость паров меньше, чем в капилляре.

Согласно современным представлениям [11], протяженность надменисковой водной пленки  $L$  в капилляре (в направлении оси  $oz$ ) тем больше, чем меньше радиус последнего, и  $L$  может достигать значений, сопоставимых с величиной диаметра капилляра, и даже превышать эту величину во много раз. Поверхность этой пленки при наличии в капилляре испарения имеет уклон в направлении оси  $oz$ .

Н. В. Чураев [15] рассчитал возможные значения толщины пристеночной пленки в капиллярах с разным поперечным размером ( $r_k = 10^{-1} \div 10^{-6}$  см) при относительной влажности воздуха у их



устьев  $\varphi = 0,9$ . Согласно данным его расчетов, для капилляра радиусом  $r_k = 10^{-1}$  см, например, толщина пленки изменяется по глубине зоны испарения от  $3,1 \cdot 10^{-7}$  (у устья) до  $188 \cdot 10^{-7}$  см (у мениска), а для капилляра  $r_k = 10^{-6}$  см соответственно от  $3,79 \cdot 10^{-7}$  до  $4,1 \cdot 10^{-7}$  см.

В соответствии с этим давление насыщенных паров над поверхностью пленки в капиллярах тоже должно увеличиваться в направлении от устья к мениску, как это следует из работ [7, 9, 15].

В этих условиях в любом поперечном сечении зоны испарения капилляра упругость паров будет функцией радиальной координаты. Над поверхностью мениска давление паров можно считать, в первом приближении одинаковым во всех точках, являющимся, согласно закону Томсона, функцией радиуса кривизны поверхности воды.

Поперечный размер зоны испарения капилляра можно характеризовать (на любой глубине) радиусом воздушного просвета  $r_0$ , величина которого равна разности значений радиуса капилляра  $r_k$  и толщины пристеночной пленки воды  $\epsilon$ .

В достаточно широких капиллярах имеет место соотношение  $r_k \gg \epsilon$ , поэтому при выполнении расчетов вместо величины  $r_0$  обычно принимают значение радиуса капилляра  $r_k$  ( $r_0 \approx r_k$ ). Исходя из этих соображений, в дальнейшем мы принимали, что воздушное пространство в зоне испарения капилляра имеет форму цилиндра радиусом  $r_k$ .

Следовательно, изучение закономерностей диффузии паров в зоне испарения капилляра сводится к решению пространственной задачи передвижения парообразной фазы жидкости в цилиндрическом столбе воздуха ограниченной (если  $L$  сопоставимо с  $r_k$ ) или полуограниченной (если  $L \gg r_k$ ) длины при соответствующих краевых условиях.

Дифференциальное уравнение стационарного поля парциальных давлений в цилиндрической трубке-капилляре для условий изотермического режима имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

Для зоны испарения (рис. 1 б), согласно изложенному выше, краевые условия этого уравнения являются следующими:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } z=0 \text{ и } 0 < r < r_k, \quad p = f_1(r); \\ \text{при } z \geq 0 \text{ и } r = r_k, \quad p = \psi(z); \\ \text{при } z=L \text{ и } r < r_k, \quad p = f_2(r) \approx \psi(z) = p_{m_r}. \end{array} \right\} \quad (7)$$

Вводя в рассмотрение новую переменную  $\bar{p}_{r,z}$ , связанную с величиной  $p_{r,z}$  зависимостью

$$\bar{p}_{r,z} = \frac{p_{m_e} - p_{r,z}}{p_{m_e} - p_{m_r}},$$

где  $p_{m_e}$  — упругость паров воды в точке с координатами  $z = 0, r = r_k$ , представим уравнение (6) в нормализованном виде

$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial z^2} = 0, \quad (6а)$$

с краевыми условиями:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z=0 \text{ и } 0 < r < r_k, \quad \bar{p} = \Phi_1(r) &= \frac{p_{m_\varepsilon} - f_1(r)}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}}; \\ \text{при } z \geq 0 \text{ и } r = r_k, \quad \bar{p} = \Psi(z) &= \frac{p_{m_\varepsilon} - \psi(z)}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}}; \\ \text{при } z=L \text{ и } r \leq r_k, \quad \bar{p} = \Phi_2(r) &= \frac{p_{m_\varepsilon} - f_2(r)}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}}. \end{aligned} \right\} (7a)$$

Не раскрывая значений функций  $\Phi(r)$  и  $\Psi(z)$ , будем искать решение дифференциального уравнения (6a) в общем виде как сумму частных решений

$$\bar{p}_{r,z} = \bar{p}_I + \bar{p}_{II} + \bar{p}_{III}. \quad (8)$$

При этом переменные  $\bar{p}_I$ ,  $\bar{p}_{II}$  и  $\bar{p}_{III}$  примем такими, чтобы они удовлетворяли следующим требованиям:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z=0, \quad \bar{p}_I &= \Phi_1(r); \quad \bar{p}_{II} = 0; \quad \bar{p}_{III} = 0; \\ \text{при } z=L, \quad \bar{p}_I &= 0; \quad \bar{p}_{II} = 0; \quad \bar{p}_{III} = \Phi_2(r) \approx \Psi(z); \\ \text{при } r=r_k, \quad \bar{p}_I &= 0; \quad \bar{p}_{II} = \Psi(z); \quad \bar{p}_{III} = 0. \end{aligned} \right\} (9)$$

Тогда решение (8) будет удовлетворять краевым условиям (7a), в чем легко убедиться путем подстановки соответствующих соотношений (9) в выражение (8).

Исходя из изложенных соображений, общее решение уравнения (6a) при принятых краевых условиях (7a) может быть представлено в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{p}_{r,z} &= \frac{p_{m_\varepsilon} - p_{r,z}}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}} = \frac{2}{r_k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(r\alpha_n) \operatorname{sh}(L-z)\alpha_n}{J_1^2(r_k\alpha_n) \operatorname{sh} L\alpha_n} \int_0^{r_k} r \Phi_1(r) J_0(r\alpha_n) dr + \\ &+ \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_0(n\pi r/L)}{I_0(n\pi r_k/L)} \sin \frac{n\pi z}{L} \int_0^L \Psi(z') \sin \frac{n\pi z'}{L} dz' + \\ &+ \frac{2}{r_k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(r\alpha_n) \operatorname{sh} z\alpha_n}{J_1^2(r_k\alpha_n) \operatorname{sh} L\alpha_n} \int_0^{r_k} r \Phi_2(r) J_0(r\alpha_n) dr, \end{aligned} \right\} (10)$$

где  $\alpha_n$  — положительные корни уравнения  $J_0(r_k\alpha_n) = 0$ ,  
 $I$  — функция Бесселя от мнимого аргумента.

При составлении уравнения (10) были использованы частные решения дифференциального уравнения (6) при краевых условиях, представленных в выражении (9) [17].

С помощью уравнения (10) представляется возможным рассчитать поле упругости паров жидкости в зоне испарения капилляра при любых краевых условиях задачи (в относительных величинах  $\bar{p}$ ). Абсолютное значение упругости пара, согласно соотношению (10), выражается уравнением вида

$$p_{r,z} = p_{m_\varepsilon} - (p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}) \bar{p}_{r,z}. \quad (11)$$

Отсюда выражение для градиента упругости паров имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial n} = - (p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}) \frac{\partial \bar{p}}{\partial n}. \quad (12)$$

При выполнении указанных расчетов должны быть заданы краевые условия (7), т. е. конкретные значения функций  $\psi(z)$ ,  $f_1(r)$  и  $f_2(r)$ , а также значения параметров  $r_k$  и  $L$ .

В настоящее время выполнить вполне строгие расчеты по уравнению (10) практически нельзя, так как количественные выражения функций  $\psi(z)$ ,  $f_1(r)$  и  $f_2(r)$  еще не установлены. Поэтому при решении задачи по расчету поля упругости паров в зоне испарения капилляра приходится идти на некоторые упрощения.

В частности, на первом этапе исследования дифференциальное уравнение (6) можно решить при наименее сложных краевых условиях, которые могут быть заданы, исходя из следующих соображений.

Относительно характера изменения значения упругости паров в самом верхнем поперечном сечении зоны испарения капилляра ( $z=0$ ) в литературе нет никаких сведений. Поэтому в ходе выполнения анализа и расчетов в дальнейшем нами в первом приближении допускать, что на уровне  $z=0$  в капилляре имеет место изменение величины  $p$  в направлении от центра к стенке по линейному закону.

Что же касается второго краевого условия дифференциального уравнения (6), а именно вида функции  $\psi(z)$ , то по этому вопросу в литературе имеются некоторые указания теоретического характера. Согласно исследованиям С. В. Нерпина и М. К. Мельниковой [7, 9], зависимость между давлением насыщенных паров ( $p_{m_\varepsilon}$ ) и толщиной пленки жидкости на плоской стенке может быть выражена уравнением следующего вида:<sup>1</sup>

$$p_{m_\varepsilon}/p_m = \exp\left(-\frac{\mu R_p}{R_c T_p}\right), \quad (13)$$

где  $R_p$  — расклинивающее давление, развиваемое пленкой жидкости, величина его находится по выражению

$$R_p = \xi/\varepsilon^3, \quad (14)$$

здесь  $\xi$  — постоянная расклинивающего давления. Ее величина зависит от физико-химических свойств твердой стенки и смачиваемой ее жидкости. При выполнении расчетов интенсивности испарения воды из сте-

<sup>1</sup> Следует также иметь в виду, что сорбционная пленка воды, в силу явления гистерезиса, при одной и той же упругости паров может иметь одну из двух равновесных толщин [2, 6, 7, 9, 12 и др.].

клянных капилляров обычно [15] принимают  $\xi = 4,9 \cdot 10^{-12}$  дн·см. Это значение  $\xi$  установлено опытным путем Б. В. Дерягиным для пленок водного раствора  $10^{-4}$  N NaCl на стекле.

В табл. 1 представлены вычисленные нами по соотношению (11) величины толщин водной пленки и значения  $p_{m_e}/p_m$ , соответствующие друг другу в условиях термодинамического равновесия. Расчет выполнен при следующих значениях входящих в соотношение (11) параметров:

$$T = 293^\circ\text{C}, \quad p_m = 17,54 \text{ мм рт. ст.} \quad \xi = 4,9 \cdot 10^{-12} \text{ дн} \cdot \text{см},$$

$$R_c = 8,31 \cdot 10^7 \text{ эрг} \cdot \text{град}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}, \quad \mu = 18 \text{ г} \cdot \text{моль}^{-1}, \quad \rho = 1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}.$$

Таблица 1

$\epsilon \cdot 10^7 \text{ см}$	3,10	3,33	3,53	3,88	4,50	5,64	7,35	10,0	20,0
$p_{m_e}/p_m$	0,886	0,906	0,921	0,94	0,964	0,980	0,991	0,996	0,9996

Данные табл. 1 наглядно показывают, в какой степени изменяется давление насыщенных паров над поверхностью пленки воды в зависимости от ее толщины (при определенной концентрации растворенных солей).

Допустим, что профиль пристеночной пленки жидкости в капилляре известен, тогда по уравнению (13) можно рассчитать значения  $p_{m_e}$  для различных глубин зоны испарения капилляра и аппроксимировать эти данные в виде зависимости  $p_{m_e} = \psi(z)$ , т. е. получить выражение для второго краевого условия уравнения (6).

Однако с достаточной точностью профиль пленки рассчитать нельзя, не зная поля упругости паров в капилляре.

Здесь мы имеем дело с решением двух взаимосвязанных задач, каждая из которых не может быть решена, если предварительно не будет решена другая. Отсюда следует, что общая пространственная картина поля упругости паров в зоне испарения капилляра может быть выяснена путем выполнения расчетов ряда последовательных приближений.

По этому же пути можно пойти и при изучении диффузии паров в зоне испарения капилляра, так как градиенты упругости паров, определяющие интенсивность этого процесса, также зависят от краевых условий. Последнее вытекает непосредственно из уравнения (10).

Продифференцируем выражение (10) по  $z$  и, полагая затем  $z = 0$ , после выполнения ряда математических преобразований получим выражение для градиента функции  $\bar{p}$  в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial z}\right)_{r, z=0} \approx -\frac{1}{L} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot J_0(ra_n) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(ra_n) \frac{\alpha_n}{\text{sh} L\alpha_n} +$$

$$+ \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} \frac{I_0(n\pi r/L)}{I_0(n\pi r_n/L)} \int_0^L \Psi(z') \sin \frac{n\pi z'}{L} dz' = -\frac{1}{L} \Phi_1(r) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0(r\alpha_n) \frac{\alpha_n}{\operatorname{sh} L\alpha_n} + \\
 & + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\pi}{L} \frac{I_0(n\pi r/L)}{I_0(n\pi r_k/L)} \int_0^L \Psi(z') \sin \frac{n\pi z'}{L} dz', \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\text{где } A_n = \frac{2}{r_k^2 J_1^2(r_k \alpha_n)} \int_0^{r_k} r \Phi_1(r) J_0(r\alpha_n) dr;$$

$$B_n = \frac{2}{r_k^2 J_1^2(r_k \alpha_n)} \int_0^{r_k} r \Phi_2(r) J_0(r\alpha_n) dr.$$

В качестве примера рассмотрим задачу диффузии паров в зоне испарения капилляра при наиболее простых краевых условиях.

### 3. Частный случай решения дифференциального уравнения при краевых условиях, заданных в виде линейных функций

Допустим, что краевые условия заданы следующими функциями:

$$\left. \begin{aligned}
 f_1(r) &= p_{0,0} + \frac{p_{m_\varepsilon} - p_{0,0}}{r_k} r, \\
 \psi(z) &= p_{m_\varepsilon} + \frac{p_{m_r} - p_{m_\varepsilon}}{L} z, \\
 f_2(r) &\approx p_{m_r},
 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где  $p_{0,0}$  — величина парциального давления в точке с координатами  $z=0$ ,  $r=0$ .

Используя эти выражения, определим вид функций  $\Phi_1(r)$ ,  $\Phi_2(r)$  и  $\Psi(z)$  в уравнении (15). Для этого в уравнении (7а) подставим значения соответствующих функций  $f_1(r)$ ,  $f_2(r)$  и  $\psi(z)$ , согласно выражений (16), и в результате получим:

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_1(r) &= \frac{p_{m_\varepsilon} - p_{0,0}}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}} \left( 1 - \frac{r}{r_k} \right), \\
 \Psi(z) &= \frac{z}{L}; \quad \Phi_2(r) = 1.
 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Подставляя в уравнение (15) значения  $\Phi_1(r)$ ,  $\Phi_2(r)$  и  $\Psi(z)$ , согласно соотношений (17), после выполнения ряда математических преобразований, получим выражение для градиента функции  $\bar{p}$  вида

$$\left(\frac{d\bar{p}}{dz}\right)_{z=0} \cong \frac{1}{\pi r_k^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_k} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial z}\right)_{r, z=0} d\varphi r dr = -\frac{1}{3L} \frac{p_{m_\varepsilon} - p_{0,0}}{p_{m_\varepsilon} - p_{m_r}} +$$

$$+ \frac{4}{r_k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n \operatorname{sh} L\alpha_n} - \frac{4}{r_k} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\pi} \frac{I_1(n\pi r_k/L)}{I_0(n\pi r_k/L)}. \quad (18)$$

В результате совместного решения уравнений (5), (12) и (18) получим выражение для интенсивности потока паров в сечении  $z=0$  зоны испарения капилляра в следующем виде:

$$i \cong -D_p \left[ \frac{1}{3L} (p_{m_\varepsilon} - p_{0,0}) + \right.$$

$$\left. + (p_{m_r} - p_{m_\varepsilon}) \frac{4}{r_k^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n \operatorname{sh} L\alpha_n} - \frac{4}{r_k} (p_{m_r} - p_{m_\varepsilon}) j(n\pi r_k/L) \right], \quad (19)$$

$$\text{где } j(n\pi r_k/L) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\pi} \frac{I_1(n\pi r_k/L)}{I_0(n\pi r_k/L)}.$$

Из уравнения (19) следует, что величина  $i$  зависит как от глубины зоны испарения  $L$ , так и от поперечного размера этой зоны ( $r_k \cong \bar{r}_0$ ). Выясним, в какой мере величина  $i$  зависит от  $r_k$ . Для этого при определенных значениях  $r_k/L$ , следует подсчитать суммы входящего в уравнение (19) бесконечного ряда. В результате выполненного анализа установлено, что выражение (19) при любых значениях  $r_k/L$  можно свести к уравнению вида

$$i_{z=0} \cong -D_p \cdot K_i \frac{p_{m_r} - p_0}{L}, \quad (20)$$

где  $K_i$  — численный коэффициент, зависящий от соотношения  $r_k/L$ .

Уравнение (20) в свою очередь можно записать и в несколько ином виде

$$i_{z=0} \cong -2D_p K_\Phi \frac{p_{m_r} - p_0}{r_k}, \quad (21)$$

где  $K_\Phi$  — численный коэффициент, характеризующий форму и размер зоны испарения капилляра,

$$K_\Phi = \Phi \left( \frac{r_k}{L} \right) \cong 0,5 K_i \frac{r_k}{L}. \quad (22)$$

Приближенные значения функции  $j(n\pi r_k/L)$  для некоторых численных значений  $r_k/L$ , приведены в табл. 2.

Таблица 2

$r_k/L$	1,0	0,5	0,1	0,001
$j(n\pi r_k/L)$	-0,25	-0,12	-0,022	0,0000

Анализ показал, что при определенных соотношениях  $r_k/L$  численное значение коэффициента  $K_i$  существенно отличается от единицы, и, следовательно, уравнения одномерной диффузии (4) не могут в этих случаях быть использованы для расчета интенсивности капиллярного испарения.

С учетом выражения (21) общий расход пара  $Q$  из капилляра можно выразить так:

$$Q_{z=0} = -K_\phi 2\pi r_k D_p (p_{m_r} - p_0). \quad (23)$$

Из уравнения (23) следует, что величина общего расхода парообразной влаги из зоны испарения капилляра пропорциональна периметру его поперечного сечения. Соответственно, интенсивность капиллярного испарения  $i$ , согласно выражению (21), зависит от радиуса поперечного сечения капилляра. Наряду с этим, интенсивность потока паров в воздушном пространстве капилляра над зоной испарения выражается формулой Стефана (1) или уравнением (4). Исходя из того, что при установившемся режиме испарения потоки парообразной влаги в поперечных сечениях капилляра на уровне устья и уровне верхней границы зоны испарения равны между собой, путем совместного решения выражений (4), (21) получим формулу следующего вида:

$$i = - \frac{2K_\phi \cdot D_p (p_{m_r} - p_{пов})}{r_k + 2K_\phi z_{пл}}. \quad (24)$$

Формула (24) является наиболее общим количественным выражением для интенсивности испарения воды из капилляра. Из нее следует, что испарение при прочих равных условиях должно происходить более интенсивно из узких капилляров, чем из широких.

Изложенное приводит нас к выводу о необходимости выделения некоторых характерных случаев испарения жидкости из капилляров в зависимости от месторасположения пристеночной (надменисковой) пленки в нем по отношению к устью. На наш взгляд, можно выделить четыре таких случая (рис. 1) а именно:

1) расстояние от устья до водной пленки в капилляре значительно больше величины радиуса капилляра ( $z_{пл} \gg r_k$ );

2) верхняя часть пленки (оголовок) находится вблизи устья капилляра ( $z_{пл}$  сопоставимо по величине с  $r_k$ );

3) пленка воды покрывает всю внутреннюю поверхность стенки капилляра ( $z_{пл} = 0$ );

4) пленочной влагой покрыта вся внутренняя поверхность капилляра и, кроме того, часть этой влаги расходуется из него в устьевом сечении (наряду с парообразной влагой), не переходя в парообразное состояние ( $z_{пл} = 0$ ,  $Q_{z=0} = Q_{пар} + Q_{пл}$ ).

Остановимся на рассмотрении каждого из этих случаев.

1. При условии  $z_{пл} \gg r_k$  (первая группа случаев) формула (24) сводится к уравнению диффузии (4), согласно которому  $i$  не является функцией  $r_k$ . В экспериментах по изучению капиллярного испарения исследователями, как правило, соблюдалось условие  $z_{пл} \gg r_k$ . В этих условиях интенсивность капиллярного испарения  $i$  характеризуется величиной потока паров в воздушном пространстве капилляра над зоной испарения. Здесь величина  $i$  зависит прежде всего от скорости диффузии паров в столбе воздуха высотой  $z_{пл}$ . Поэтому, если в ходе опыта условия испарения из капилляров разных поперечных размеров характеризуются одинаковыми величинами параметров, входящих в правую часть уравнения (4), то интенсивность испарения из этих капилляров будет одинаковой, практически не зависящей от их поперечных размеров. Последнее объясняется тем, что в капилляре в столбе воздуха высотой  $z_{пл}$  диффузия паров является одномерной. Ее скорость обуславливает и интенсивность процесса парообразования в зоне испарения капилляров. Отсюда становится ясным, почему в этих опытах не была выявлена зависимость между интенсивностью испарения из капилляров и поперечными размерами последних [6, 13, 14 и др.].

Следовательно, уравнение (4) и формула Стефана (1) выражают частный случай процесса капиллярного испарения и являются справедливыми лишь для условий, когда пристеночная пленка воды в капилляре находится на значительном расстоянии от его устья ( $z_{пл} \gg r_k$ ).

2. Для условий второй группы случаев расчет интенсивности капиллярного испарения следует производить по общей формуле (24). Использование в этом случае для расчетов уравнения (4) или формулы Стефана может быть связано со значительными погрешностями.

3. Применительно к третьей группе случаев ( $z_{пл} = 0$ ), формула (24) сводится к уравнению (21), в котором наиболее полно выражается зависимость между интенсивностью испарения из капилляра и его поперечными размерами.

4. В условиях, когда имеет место  $z_{пл} = 0$ ;  $Q_{z=0} = Q_{пар} + Q_{пл}$ , т. е. для четвертого, из выделенных нами случаев увлажнения капилляра водой, также справедливо уравнение (23), однако при определении величины  $Q_{z=0}$  следует учесть и долю, вносимую потоком пленочной влаги ( $Q_{пл}$ ) в суммарный поток влаги из капилляра.

Необходимые для проверки формулы (24) экспериментальные данные должны отвечать определенным требованиям. В частности, они должны быть получены в условиях опыта, когда параметр  $z_{пл}$  сопоставим по величине с радиусом капилляра или вообще равен нулю. Таких опытов до настоящего времени поставлено не было. Между тем изучение интенсивности капиллярного испарения в этих условиях представляет не только теоретический, но и практический интерес. Именно до такой степени увлажнены поры-капилляры поверхностного слоя природных капиллярно-пористых материалов в начальный период их сушки [6, 10 и др.].

## Выводы

В ходе выполнения теоретического исследования процесса испарения жидкости из капилляров в условиях изотермического режима проделано следующее:

1. Получено общее решение дифференциального уравнения поля упругости паров жидкости в зоне испарения капилляра. Это решение



может быть использовано для расчетов, если на границах зоны испарения заданы значения упругости паров в форме количественных зависимостей от координат.

2. Выполнен анализ частного решения дифференциального уравнения упругости паров в зоне испарения капилляра при краевых условиях, выраженных линейными функциями. При этом были получены следующие выводы:

а) процесс диффузии паров в зоне испарения капилляра следует рассматривать как пространственную (а не одномерную) задачу;

б) интенсивность испарения из капилляра (расход пара на единицу площади его поперечного сечения) зависит от величины радиуса капилляра и при прочих равных условиях будет выше у капилляра с меньшими поперечными размерами. В тех случаях, когда расстояние от устья капилляра до границы смачивания его стенок водой значительно больше величины радиуса, указанная зависимость проявляется слабо, не выявляется в ходе эксперимента и может не учитываться в расчетах;

в) суммарный расход пара из капилляра пропорционален величине смоченного периметра его поперечного сечения. В том случае, когда оголовок пристеночной пленки воды в капилляре находится на значительном расстоянии от устья, процесс диффузии паров воды в приустьевой зоне можно рассматривать как одномерный, а суммарный расход пара из капилляра будет пропорционален площади его поперечного сечения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Балаев Л. Г. Результаты экспериментальных исследований испарения воды с поверхности капиллярных менисков. Почвоведение, № 2, 1963.
2. Дерягин Б. В., Нерпин С. В., Чуряев Н. В. К теории испарения жидкостей из капилляров. Коллоидный журнал, т. 26, вып. № 3, 1964.
3. Дмитриев С. И. Некоторые закономерности испарения влаги в порах почвы. Труды ЛГМИ, вып. 26, 1964.
4. Дмитриев С. И. Исследование закономерностей процесса передвижения влаги в одиночных капиллярах и почвогрунтах (обусловленного испарением). Дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук, ЛГМИ, 1966.
5. Кришер О. Научные основы техники сушки. ИЛ., 1961.
6. Лыков А. В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. Гостехиздат, М., 1954.
7. Нерпин С. В., Мельникова М. К. Об одной ошибочной теории движения почвенной влаги. Почвоведение, № 2, 1960.
8. Нерпин С. В., Пакшина С. М. О роли высших жирных спиртов в процессе переноса и испарения влаги с почвы. Материалы междуведомственного совещания по проблеме изучения и регулирования испарения с водной поверхности и почвы. 30/VII — 3/VIII 1963, Изд. г. Валдай, 1964.
9. Нерпин С. В., Мельникова М. К. Равновесие и движение влаги в почвогрунтах. Вопросы агрономической физики под ред. А. Ф. Иоффе. Сельхозиздат, Л., 1957.
10. Роде А. А. Почвенная влага. Изд. АН СССР, М.—Л., 1952.
11. Судницин И. И. О «критике» закона Томсона и причинах высокой скорости испарения из капилляров. Почвоведение, № 9, 1964.
12. Тимофеев Д. П. Кинетика адсорбции. Изд. АН СССР, М., 1962.
13. Федякин Н. Н. Диффузия водяных паров в капиллярах. Труды Моск. техн. ин-та пищ. пром., вып. 15, 1960.

14. Федякин Н. Н. Диффузия паров в капиллярах. Изв. Высших учебн. заведений. Физика, № 3, 1962.
  15. Чураев Н. В. Механизм переноса влаги в капиллярно-пористых телах. ДАН СССР, т. 143, № 6, 1963.
  16. Шаповалов О. В. Капиллярное испарение почвенной влаги и его роль в водном режиме почвы. Сб. «Биолог. основы орошаемого земледелия». Изд. АН СССР, М., 1957.
  17. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. Пер. с англ. М., 1964.
-

*И. А. Каган*

## **ОБ ОЦЕНКЕ ПОТОКОВ ТЕПЛА И ВЛАГИ С НАГРЕТЫХ ВОДОЕМОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ КОНВЕКЦИИ**

На основе теории Пристли, А. Б. Казанского, А. С. Мони́на и др. и результатов экспериментального определения потоков тепла и влаги, а также данных градиентных наблюдений в приземном слое, предложен метод приближенной оценки потоков тепла и влаги с поверхности нагретых водоемов. Этот метод позволяет определять потоки тепла и влаги только по данным стандартных гидрометнаблюдений.

Температурная неоднородность нижних слоев воздуха над нагретыми водоемами является существенным фактором, влияющим на интенсивность теплоотдачи с них. Поэтому так называемые «диффузионные формулы», наиболее широко применяемые в настоящее время для расчетов потоков тепла и влаги, не могут быть использованы при определении теплоотдачи с нагретых водоемов, поскольку в основе всех этих формул лежит полуэмпирическая теория турбулентности, предложенная Прандтлем для идеальной несжимаемой среды, что в условиях атмосферы соответствует случаю безразличной стратификации. Для условий отличных от безразличной стратификации атмосферы (в случае нагретых поверхностей — это сверхадиабатические условия) предложен ряд методов учета влияния стратификации на турбулентный обмен между подстилающей поверхностью и прилегающим слоем воздуха по данным градиентных измерений [4, 5, 6].

Но если при практических расчетах потоков тепла сейчас уже начинают учитывать влияние стратификации атмосферы, то в формулах для оценки испарения эти поправки на устойчивость до сих пор почти не вводятся.

Кроме того, на сети гидрометстанций, данными которых обычно пользуются при расчетах теплоотдачи, не производятся градиентные наблюдения, поэтому надо искать методы расчета, в которых использовались бы только данные стандартных наблюдений над метеоземлементами на одном определенном уровне (чаще всего это 2 м).

Температурная неоднородность нижних слоев воздуха над водоемом в сочетании с динамическими факторами, вызывающими турбулентное перемешивание, определяют режим движения теплового и влажностного потоков. Перенос тепла и влаги в атмосферу от нагретой поверхности водоема может осуществляться как процессами свободной конвекции, когда движение развивается в силу разности плотностей, так и благодаря вынужденной конвекции, когда движение вызывается внешними факторами. Для получения законов движения в условиях свободной и вынужденной конвекции эти режимы изучались, как пра-

вило, независимо друг от друга, но в естественных условиях движение воздуха может происходить как по одной, так и по другой схеме [3, 9, 10]. Поэтому интересно рассматривать не отдельно эти два предельные режима, а общий случай неустойчивой стратификации. Это тем более важно, что еще не установлены четко границы переходной области между режимами свободной и вынужденной конвекции [3, 8, 9, 15].

Вместе с вопросом о режиме движения при изучении переноса тепла и влаги в атмосферу конвективными потоками встает вопрос о форме этих потоков. Многие ученые, основываясь на теоретических и экспериментальных исследованиях так называемой «проблемы Бенара» по изучению движений, возникающих в тонких слоях жидкости, подогреваемой снизу [16, 17], полагают, что в атмосфере конвективные движения могут носить также упорядоченный, так называемый «ячейковый» характер. Однако Сеттон [10], Пристли [9], Н. И. Вульфсон [1] и др. показали, что возможность возникновения такого рода конвекции в атмосфере весьма ограничена и что подавляющее большинство процессов, связанных с конвекцией, обусловлено неупорядоченными конвективными потоками. Из-за сложности рассмотрения этого вопроса в полном виде исследования его до настоящего времени шли по пути изучения отдельных элементов конвекции в виде изолированных масс воздуха — порывов, клубов, пузырей, или так называемых спонтанных струй [1, 9, 10]. Поскольку вопрос о форме конвективных потоков еще не решен в настоящее время окончательно и, кроме того, в естественных условиях могут, видимо, существовать одновременно самые разнообразные формы потоков, то при выборе метода для оценки теплообмена и испарения мы вынуждены не задаваться какой-либо определенной формой конвективных потоков.

Таким образом, суммируя все изложенное, цель работы можно сформулировать как необходимость найти такой метод, который позволял бы, во-первых, учитывать стратификацию атмосферы, не используя при этом данных градиентных измерений, и, во-вторых, давал бы возможность, не выдвигая предварительных гипотез о форме конвективных потоков и о режиме движения, оценивать величины потоков тепла и влаги с поверхности нагретых водоемов.

Вертикальный поток тепла  $H$  и водяного пара  $E$  в квазистационарном случае может быть, как известно, представлен в виде следующих уравнений:

$$H = -\rho C_p K_H \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (1)$$

$$E = -\rho K_w \frac{\partial q}{\partial z}. \quad (2)$$

Хотя, в общем, вертикальный перенос любой субстанции изменяется с высотой, однако, наблюдения показали, что в пределах первых десятков метров атмосферы эти изменения незначительны. Вследствие этого в пределах приземного (приводного) слоя потоки принимаются постоянными по высоте, что значительно облегчает теоретические исследования проблемы.

Турбулентность, которая вызывает перенос тепла или водяного пара благодаря градиенту концентрации, может быть или механической, или термической. Для механически вызываемой турбулентности, когда влияние плавучести незначительно, справедливы уравнения (1) и (2). В диапазоне устойчивости, в котором применимы эти уравнения, имеет место режим вынужденной конвекции.

Для перемешивания, вызванного термическими факторами, анализы переноса тепла Пристли [9] и независимо от него А. С. Монина и А. М. Обухова [6] привели к следующему уравнению:

$$H = h\rho C_p \left(\frac{g}{T}\right)^{1/2} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right|^{3/2} z^2. \quad (3)$$

Диапазон устойчивости, для которого применимо уравнение (3), называется режимом свободной конвекции.

Рассматривая общий случай неустойчивой стратификации, при определении критерия свободной конвекции Пристли [9], А. Б. Казанский и А. С. Монин [3], А. В. Перепелкина [8] использовали функцию, предложенную Пристли,

$$\dot{H}^* = \frac{H}{\rho C_p \left(\frac{g}{T_0}\right)^{1/2} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right|^{3/2} z^2}, \quad (4)$$

где  $\dot{H}^*$  — безразмерный поток тепла.

Эта функция равна в условиях неустойчивой стратификации при малых  $|Ri|$

$$\dot{H}^* = K^2 |Ri|^{-1/2}, \quad (5)$$

при больших  $|Ri|$

$$\dot{H}^* = h. \quad (6)$$

Уравнение (5) соответствует случаю, когда перенос тепла осуществляется главным образом динамической турбулентностью, уравнение (6) — предельному случаю свободной конвекции.

В качестве меры термической устойчивости использовалось число Ричардсона в градиентной форме

$$Ri = \frac{g}{T} \frac{\frac{\partial T}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}. \quad (7)$$

Пристли [9] по данным измерений Суинбэнка в конвективных условиях построил зависимость  $\dot{H}^* = f(-Ri)$  (рис. 1), на основе анализа которой показал, что режим свободной конвекции имеет место, когда  $-Ri \geq 0,02 \div 0,03$  и  $\dot{H}^* = 0,81$ . Правда, Пристли оговаривает, что в оценке  $\dot{H}^*$  может быть ошибка порядка 20% за счет инструментальных погрешностей, т. е.  $\dot{H}^* = h = 0,8 \div 1,0$ . Тэйлор [20] подтвердил вывод Пристли, произведя измерения теплового потока одновременно с изме-

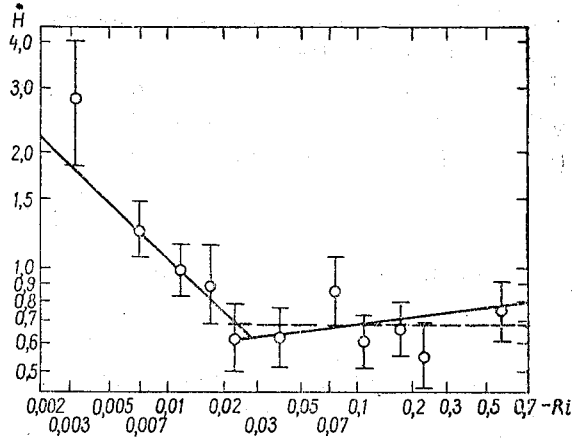


Рис. 1. Безразмерный поток тепла  $\dot{H}^*$  как функция  $Ri$  (по Пристли).

рениями ветрового и температурного градиентов (по методике Суинбэнка, но для больших отрицательных значений чисел Ричардсона). Он дал значение  $\dot{H}_{\text{св. конв}}^* = 0,79 \pm 0,4$ . Данные Тэйлора дополнили график:  $H = f(-\text{Ri})$ , полученный Пристли сначала только по измерениям Суинбэнка (на рис. 1 приведен полный график Пристли).

Некоторые ученые [8, 6] принимают  $\dot{H}_{\text{св. конв}}^* = h = 0,8 \div 0,9$ . При  $h = 0,9$  это соответствует выражению для  $H$ , приведенному А. Б. Казанским и А. С. Мониным

$$H = 0,17 |\Delta T|^{3/2} \text{ кал/см}^2 \text{ мин}, \quad (8)$$

где  $\Delta T$  — разность температур в град. С между высотами 2 и 0,5 м.

Совсем недавно подобные же исследования, но для потока водяного пара были проделаны Крауфордом [15], который определял безразмерный поток влаги в форме аналогичной безразмерному потоку тепла Пристли:

$$\dot{E}^* = \frac{E}{\rho \left(\frac{g}{T}\right)^{1/2} \left|\frac{\partial T}{\partial z}\right|^{1/2} (z-d) \frac{\partial q}{\partial z}}, \quad (9)$$

где  $d$  — эффективное поднятие границы, обусловленное элементами шероховатости.

В качестве меры термической устойчивости Крауфорд использовал, как и Пристли, градиентную форму числа Ричардсона. Для режима вынужденной конвекции значение  $\dot{E}^*$

$$\dot{E}^* = K^2 |\text{Ri}|^{-1/2}, \quad (10)$$

для условий свободной конвекции

$$\dot{E}^* = h. \quad (11)$$

На основании анализа обширных данных по профилям и потокам водяного пара для широкого диапазона устойчивости Крауфорд получил график зависимости безразмерного потока влаги от отрицательного числа Ричардсона  $\dot{E}^* = f(-\text{Ri})$  (рис. 2), подобный графику Пристли для безразмерного потока тепла.

Оценивая  $\text{Ri}_c$ , Крауфорд дает значение  $\text{Ri}_c = -0,025$ , совпадающее с оценкой Пристли. Однако, сравнивая графики  $\dot{E}^* = f(-\text{Ri})$  и  $\dot{H}^* = f(-\text{Ri})$ , можно видеть два основных различия:

1. Данные  $\dot{E}^*$  не определяют вполне отчетливого перехода к свободной конвекции, тогда как на графике Пристли виден отчетливый переход от одного режима к другому. На плавном переходе от вынужденной к свободной конвекции настаивает А. В. Перепелкина, располагавшая большим количеством данных прямых измерений потоков тепла пульсационным методом одновременно с градиентными наблюдениями. Да и сам Пристли, вопреки графику, дает приближенную оценку  $\text{Ri}_c$  в диапазоне  $0,02 \div 0,05$ .

2. В условиях свободной конвекции (прямые параллельные оси абсцисс на графиках) значение  $\dot{E}^*$  больше, чем  $\dot{H}^*$  при тех же  $-\text{Ri}$ . Это

может означать, что или коэффициенты турбулентного обмена при переносе тепла и водяного пара не равны ( $K_w \neq K_H$ ), или значение  $h$  на одном из графиков неверно. Вопрос о равенстве коэффициентов обмена тепла и водяного пара обсуждается в литературе очень давно и часто приводятся довольно противоречивые выводы, но в настоящее время принято считать приближенно  $K_w \approx K_H$  при любой устойчивости. Если даже полагать, что коэффициенты не равны, то скорее нужно ожидать, что в условиях неустойчивой стратификации атмосферы  $K_H$  будет больше  $K_w$ . Приняв, что коэффициенты не могут быть не равны, проанализируем подробнее оценку  $h$ , данную обоими авторами.

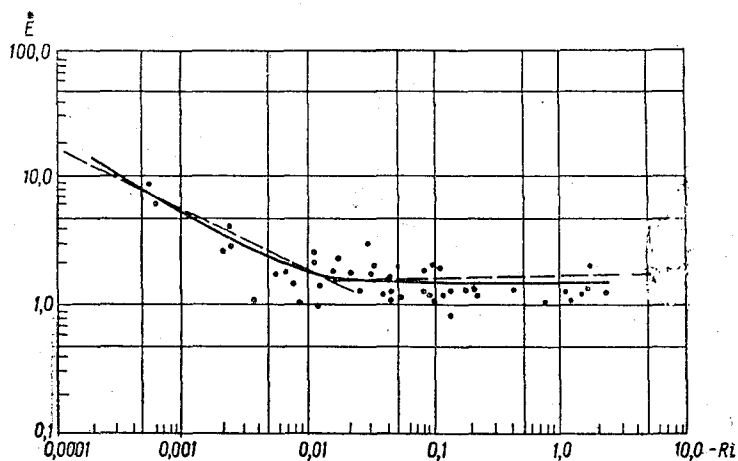


Рис. 2. Безразмерный поток влаги  $\dot{E}^*$  как функция  $Ri$ , (по Крауфорду).

Не будем касаться точности измерений, хотя в принципе пульсационный метод, с помощью которого получены данные для графика Пристли, должен быть наиболее точным по сравнению с другими методами измерения потоков тепла, чего нельзя сказать о методе измерения испарения с помощью лизиметра, на котором основывается Крауфорд. Правда, надо отметить, что если данные прямых измерений потока тепла пульсационным методом являются сейчас уникальными, то подобных измерений испарения просто вообще не имеется.

Основное возражение, которое вызывают численные оценки Крауфорда, заключается в следующем. Как Крауфорд, так и Пристли исходят из принципа постоянства потоков с высотой в приземном слое атмосферы. Но, строго говоря, постоянна только сумма вихревого и радиационного потоков, а поскольку последний значительно меняется ниже 1 м [18], то потоки постоянны только выше этого уровня. На невозможность экстраполировать уравнения свободной конвекции ниже 1 м указывали Пристли [9], А. Б. Казанский и А. С. Монин [3] и др. Между тем данные Крауфорда относятся к высоте  $z = 75$  см, тогда как у Пристли зависимость  $\dot{H} = f(-Ri)$  построена для  $z = 1,5$  м.

Таким образом, по-видимому, пока не появятся новые данные одновременных измерений теплового потока и такого же качества данные по испарению вместе с градиентными наблюдениями, нет оснований

исправлять численные оценки Пристли, А. Б. Казанского и А. С. Мони-на и др., и вычисление  $\dot{H}^*$  и  $\dot{E}^*$  следует производить, исходя из того, что при свободной конвекции  $h = 0,9 \div 1,0$ ; при вынужденной конвекции тангенс угла наклона прямых  $\dot{H}^* = f(-Ri)$  и  $\dot{E}^* = f(-Ri)$  равен  $\frac{1}{2}$ , и обе эти прямые соединяются плавной линией в диапазоне  $-Ri = 0,2 \div 0,5$ .

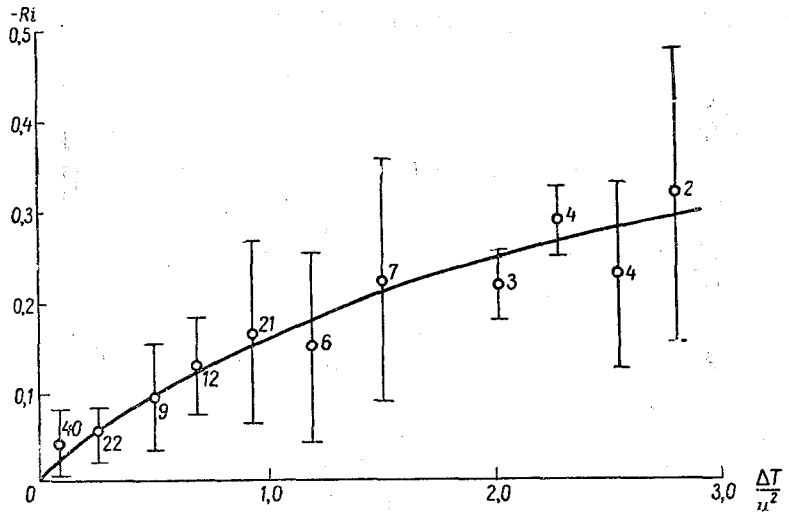


Рис. 3. Зависимость  $Ri = f\left(-\frac{\Delta T}{u^2}\right)$ .

Для оценки величин потоков, таким образом, нужно знать значение числа Ричардсона на какой-либо высоте выше 1 м (показано, что при условии постоянства потоков высота не влияет на связь между  $\dot{H}^*$  и  $-Ri$  и  $\dot{E}^*$  и  $-Ri$  [9, 15]. Число Ричардсона можно определить по формуле (7), имея данные градиентных наблюдений, но, как уже отмечалось, на обычных метеостанциях градиентные наблюдения не производятся, поэтому нужно иметь возможность получать значение числа Ричардсона по данным измерений скорости ветра и температуры на одном определенном уровне над поверхностью при известной температуре поверхности. С этой целью на основе анализа более трехсот профилей ветра и температуры в условиях неустойчивой стратификации атмосферы автором был построен график зависимости

$$Ri_{z=1,5 м} = f\left(\frac{\Delta T}{u^2}\right)_{z=2 м} \quad (\text{рис. 3}),$$

где  $\Delta T$  — разность температур на уровне 2 м над поверхностью и на самой поверхности,

$u$  — скорость ветра на уровне 2 м.

Здесь, как и ниже на рис. 4 и 5, кружками показаны средние значения для групп, вертикальными отрезками линий — среднеквадратические отклонения, цифры около точек означают число случаев.



Для построения графика были использованы данные градиентных измерений на Веселовском водохранилище, на Белом и Каспийском морях, на Ладожском озере и данные измерений на Валдайском озере за 1952 г. [11], а также данные градиентных измерений над проливом Восточный Зунд [14]. Выбор данных определялся необходимостью иметь наряду с градиентными измерениями также и наблюдения над темпера-

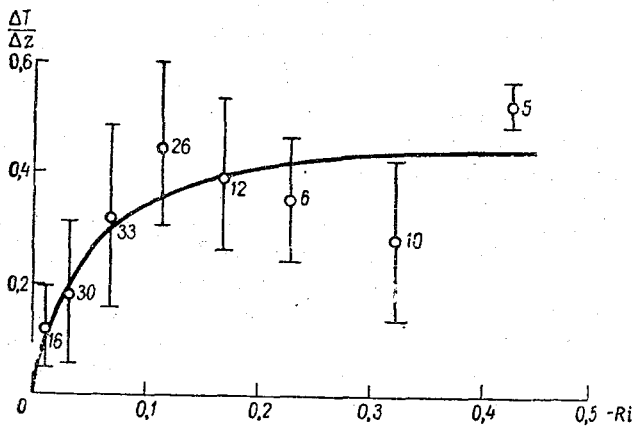


Рис. 4. Зависимость числа Ричардсона от градиента температуры.

турой поверхности воды. Но данных градиентных наблюдений над водной поверхностью очень немного из-за сложности производства этих наблюдений, и, что самое главное, разность температур воздуха и поверхности воды в условиях естественных водоемов всегда меньше соответствующей разности над нагретыми водоемами. Это заставило нас

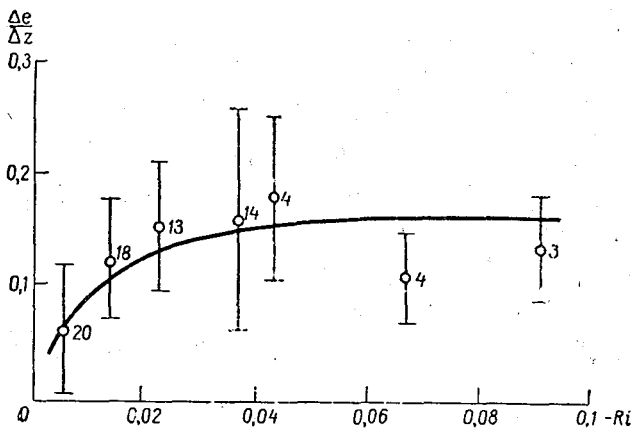


Рис. 5. Зависимость числа Ричардсона от градиента влажности.

воспользоваться еще и данными наблюдений над нагретой поверхностью суши (над нагретыми водоемами градиентных наблюдений не имеется), полученными двумя специальными экспедициями ГГО: в районе ст. Долгопрудной [12] и в районе пос. Махталы [13]. Выбраны были данные именно этих экспедиций, так как шероховатость земной

поверхности в рассматриваемых случаях колебалась от  $z_0 = 0,7$  см до  $z_0 = 2,5$  см. Для таких же условий шероховатости построены графики Пристли и Крауфорда, такой же порядок шероховатости принимается сейчас для водной поверхности. Говорить о точном значении шероховатости водной поверхности, а не о порядке  $z_0$ , пока трудно, так как само понятие шероховатости водной поверхности вследствие ее подвижности является сложным и неопределенным. До настоящего времени почти совсем не выяснена связь параметра шероховатости с колебаниями поверхности воды (ветровые волны, рябь и другие нарушения водной поверхности). Не исследован окончательно вопрос о зависимости шероховатости от температурной стратификации атмосферы и часто авторы приходят к диаметрально противоположным заключениям [2, 4]. Противоречивые мнения высказываются и по вопросу о зависимости шероховатости от скорости ветра [2, 19]. Кроме того, при неравновесных условиях профиль ветра имеет характерную кривизну и экстраполяция его при обычном способе определения  $z_0$  может привести к существенным ошибкам, особенно, если профиль построен менее чем по 5—6 точкам; погрешности в определении скорости ветра также влияют на величину  $z_0$ . Все это приводит к тому, что часто параметры шероховатости водной поверхности, которые сообщаются различными авторами при сравнительно подобных условиях, различаются по величине на несколько порядков [7, 21].

Для вычисления потоков  $H$  и  $E$  по формулам (4) и (9) необходимо знать еще значение  $\frac{\Delta T}{\Delta z}$  и  $\frac{\Delta e}{\Delta z}$ , поэтому были построены зависимости

$$-Ri = f\left(\frac{\Delta T}{\Delta z}\right) \text{ (рис. 4). и } -Ri = f\left(\frac{\Delta e}{\Delta z}\right) \text{ (рис. 5).}$$

На основании выполненного анализа можно рекомендовать определение величин потоков тепла и влаги производить в следующем порядке:

1. По известным значениям скорости ветра и температуры воздуха на стандартном уровне (2 м) и температуре поверхности водоема снимается с графика  $-Ri = f\left(\frac{\Delta T}{u^2}\right)$  (рис. 3) значение  $-Ri$ .

2. По полученной величине  $-Ri$  находятся из графиков  $\dot{H} = f(-Ri)$  (рис. 1) и  $\dot{E} = f(-Ri)$  (рис. 2) величины  $\dot{H}$  и  $\dot{E}$ .

3. По формулам (4) и (9) вычисляются значения потоков тепла  $H$  и влаги  $E$ ; величины  $\frac{\Delta T}{\Delta z}$  и  $\frac{\Delta e}{\Delta z}$ , необходимые для расчета, определяются по известному уже значению  $-Ri$  из графиков  $-Ri = f\left(\frac{\Delta T}{\Delta z}\right)$  и  $-Ri = f\left(\frac{\Delta e}{\Delta z}\right)$  (рис. 4 и 5).

Таким образом, зная скорость ветра и температуру воздуха на стандартном уровне, а также температуру поверхности воды можно оценить в первом приближении величины потоков тепла и влаги с нагретых водоемов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вульфсон Н. И. Исследование конвективных движений в свободной атмосфере. Изд. АН СССР, М., 1961.

2. Гоптарев Н. П. О влиянии динамических и термических факторов на скорость ветра над морем и на шероховатость морской поверхности. Труды ГОИН, вып. 51, 1960.
3. Казанский А. Б., Монин А. С. О турбулентном режиме в приземном слое воздуха при неустойчивой стратификации. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1958.
4. Константинов Л. Р. Испарение в природе. Гидрометеониздат, Л., 1964.
5. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Гидрометеониздат, Л., 1961.
6. Монин А. С., Обухов А. М. Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. Труды Геофиз. института АН СССР. № 24, 1954.
7. Огнева Т. А. Некоторые особенности теплового баланса деятельной поверхности. Гидрометеониздат, Л., 1955.
8. Перепелкина А. В. Об определении турбулентного потока тепла. Изв. АН сер. геофиз., № 7, 1959.
9. Пристли С. Х. Б. Турбулентный перенос в приземном слое атмосферы. Гидрометеониздат, Л., 1964.
10. Сеттон О. Г. Микрометеорология. Гидрометеониздат, Л., 1958.
11. Труды ГГИ, вып. 54 (108), 1949. Приложения.
12. Труды ГГО, вып. 16 (78), 1949. Приложения.
13. Труды ГГО, вып. 107, 1961. Приложения.
14. Fleagle R. G., Deardorff J. W., Badgley F. J., Vertical distribution of wind speed, temperature and humidity above a water surface. J. Marine Res., v. 17, 1958.
15. Crawford T. V. Moisture transfer in free and forced convection. Quart. J. R. Met. Soc., N 378, v. 91, 1965.
16. Pellew A. and Southwell R. V. On maintained convective motion in a fluid heated from below. Proc. Roy. Soc., Ser. A, v. 176, Nov. 1, 1940.
17. Rayleigh O. M. On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side. Phyl. Mag., Ser. 6, v. 32, 1916.
18. Robinson G. D. The notes on temperature changes in the troposphere due to radiation. Cent. Proc. Roy. Met. Soc., 1950.
19. Sverdrup H. V. The humidity gradient over sea surface J. Met., v. 3, N 1, 1946.
20. Taylor R. I. Some observation of wind velocity autocorrelations in the lowest layer of the atmosphere. Aust. Jour. Phys., 8, 1955
21. Wagner N. K. An analysis of some overwater wind profile measurements. Trans. Austr. Geoph. Un., v. 39, N 5, 1958.



**ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ  
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ  
В ОГРАНИЧЕННОМ ТЕЛЕ, ОБТЕКАЕМОМ ВОДНЫМ  
ИЛИ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ**

**(пограничные условия III рода, двух- и трехмерные задачи,  
изотропное тело, анизотропная среда).**

Дается методика расчета температуры на ребрах и в углах пространственного тела различной формы при охлаждении или при нагревании. Расчет выполняется в табличной форме методом конечных разностей или графически в пограничных условиях III рода. Рассматриваются входящие и исходящие углы и ребра тела, в одинаковых или в различных условиях теплообмена со средой на разных гранях тела, обтекаемого водным или воздушным потоком. Приведены примеры расчета и дано их сопоставление.

1. Несмотря на наличие строгих решений дифференциальных уравнений теплопроводности, численные методы решения этих уравнений также широко применяются на практике. Это обусловлено тем, что численные методы, в частности метод конечных разностей, очень прост, не требует больших затрат труда и обладает большой гибкостью. Особенно плодотворным применение метода конечных разностей оказывается в случае сложной формы исследуемого тела и в разных пограничных условиях на его гранях.

В работе [1] было дано уточненное решение одномерной задачи охлаждения или нагревания изотропного тела в пограничных условиях III рода, т. е. применительно к задаче Неймана методом конечных разностей в аналитической (табличной) форме. Там же было отмечено, что не пограничные условия I рода, т. е. применительно к задаче Дирихле, а условия III рода являются наиболее реальными и интересными для практических задач гидро-ледотермики.

В работе [2] были показаны преимущества пограничных условий III рода по сравнению с пограничными условиями I рода и пояснено, что пограничные условия I рода дают только формальное решение, так как правильно задать температуру тела во всех точках его поверхности невозможно.

Вместе с тем надо заметить, что температура поверхности тела является всегда, или почти всегда, решающей и искомой величиной. Поэтому предварительное задание этой температуры, необходимое для решения задачи Дирихле, по крайней мере на половину обесценивает все дальнейшее исследование.

Только для бесконечной плиты или для полупространства, т. е. для одномерных задач, можно принимать температуру поверхности, не зависящей от координат точки; для всех же других тел температура поверхности будет изменяться от точки к точке.

В этом очень легко убедиться на самом простом опыте. Параллелепипед или куб, выпиленный из льда и внесенный в теплое помещение, начнет таять сперва с углов, потом с ребер и в последнюю очередь с граней и очень быстро примет обтекаемую форму с закругленными углами и ребрами. Этот опыт ясно свидетельствует о том, что при нагревании фигурных тел температура его выступающих частей будет выше температуры гладких поверхностей; самая высокая температура будет в углах куба, более низкая на ребрах его и самая низкая на гранях.

При охлаждении куба или параллелепипеда распределение температуры на его поверхности будет обратное: самая низкая температура будет в углах куба, более высокая на ребрах его, самая высокая на гранях.\*

При применении задачи Неймана для решения уравнений теплопроводности встречаются затруднения в правильном выборе расчетной сетки. Для решения уравнений теплопроводности в пограничных условиях I рода обычно расчетную сетку располагают совершенно произвольно, не считаясь с направлением тепловых потоков. Например, круг покрывают сеткой из квадратов [4, 6], фигурный фундамент покрывают сеткой из треугольников или параллелограммов [5, 6], эллипс также покрывают квадратной сеткой [5] и т. д.

Решая такую сетчатую область, тепловые потоки внутри области и теплообмен со средой определить будет невозможно без дополнительных интерполяционных подсчетов, снижающих точность расчета. Если же составлять сетку для задачи Неймана, то мы будем вынуждены направить одно из семейств линий сетки по нормали к внешнему контуру фигуры, т. е. по направлению линий тепловых потоков, для того, чтобы иметь возможность получить производную температуру по нормали. Например, круг надо будет разрезать сеткой, состоящей из радиусов и концентрических окружностей.

Во многих случаях при фигурных контурах построение сетки представляет большие трудности. Очень часто сетка будет представлять собой две системы взаимно пересекающихся квадратов, каждая из которой параллельна одной из линий контура. Например, при расчете бетонных плотин одна система квадратов должна быть параллельна верховой грани, а другая — низовой (рис. 1).

Само собою понятно, что при решении уравнений теплопроводности как задачи Неймана, нельзя применять сетки из треугольников, шестигранников, параллелограммов, так как линии таких сеток не соответствуют направлению тепловых потоков. Однако можно мыслить, например, треугольную сетку как связь между двумя системами квад-

---

\* Может быть в этом кроется одна из причин причудливых форм снежинок, зимних узоров на стекле и тому подобных явлений. Намерзание льда начинается на выступающих частях тела или кристалла, как наиболее охлажденных, а следовательно, распространяется в определенных направлениях. Так как одна из форм кристалла льда гексагональная (шестигранная), то развитие его будет шестигранным или шестилучевым.

ратных сеток. Особые затруднения представляют исходящие и входящие углы контура.\*

В настоящей статье дается решение этой проблемы для двухмерной и трехмерной задач, основанное для фигурных сечений на положениях, которые можно назвать *принципами геометрической термики*, аналогичными геометрической оптике.

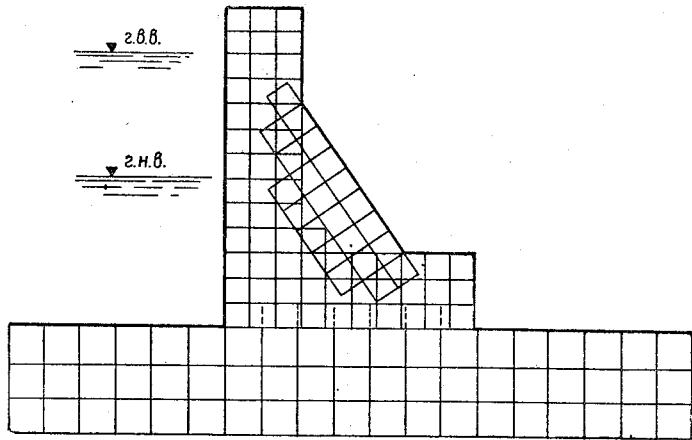


Рис. 1. Расчетная сетка для бетонной плотины на скальном основании.

Между явлениями распространения световых и тепловых лучей существует полная аналогия. Тепловые лучи подчиняются тем же законам преломления и отражения Снеллиуса — Гюйгенса, как и световые лучи, распространение тепловых волн подобно распространению световых волн и т. п. [8]. Таким образом, вполне уместно говорить о геометрической термике подобно тому, как говорят о геометрической оптике.

Задачи, рассмотренные ниже, часто встречаются, например, при обтекании бетонных массивов воздухом или водой.

2. Схема двухмерной задачи и ее новое решение в пограничных условиях III рода даны на рис. 2 и 3. На рис. 2 представлено поперечное сечение призмы бесконечной длины нормальной к плоскости чертежа. Сечение призмы разрезано на элементарные квадратики со сторонами  $\Delta l$ ,  $m$ . Температура всех внутренних точек, лежащих в вершинах элементарных квадратиков, как известно, определяется из уравнения

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

где  $t$  — температура,  
 $\tau$  — время,

$x, y$  — координаты,

$a = \lambda : (c\gamma)$  — коэффициент температуропроводности,

\* Д. Ю. Панов в своем «Справочнике» (5 изд. 1951 г. стр. 95, пример 3) исключает из рассмотрения точку в исходящем угле, в то время как эта точка представляет наибольший интерес. Методика определения Д. Ю. Пановым температуры во входящем угле не ясна. Не дает также методики определения температуры в тех же точках и В. Н. Соколов в работе, специально посвященной расчету нагревания тел методом сеток [7].

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности,  
 $c$  — удельная теплоемкость,  
 $\gamma$  — объемный вес.

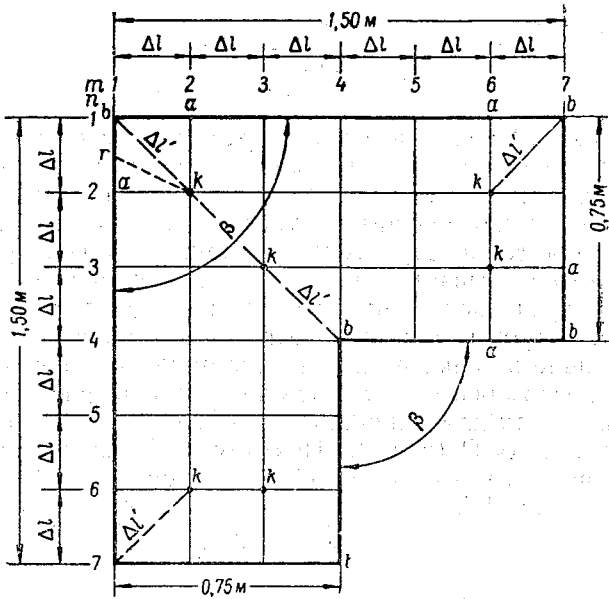


Рис. 2. Расчетная сетка для фигурной призмы к примерам 1 и 2.

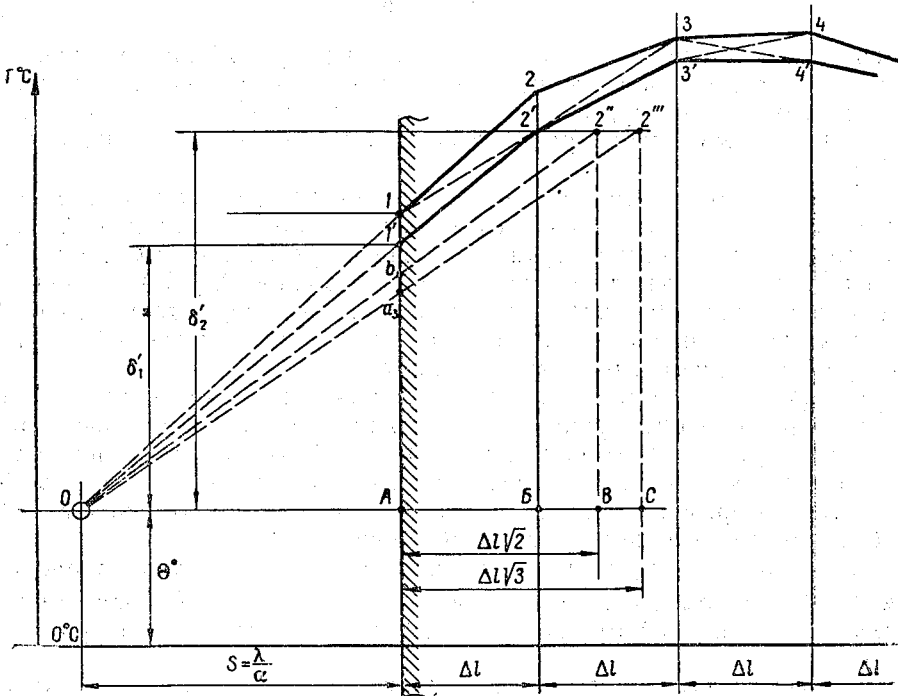


Рис. 3. Схема к определению температуры на ребрах и в углах призмы и параллелепипеда.

В конечных разностях уравнение (1) принимает хорошо известный вид

$$t_{m, n, \tau+1} = \frac{1}{4} (t_{m+1, n, \tau} + t_{m-1, n, \tau} + t_{m, n+1, \tau} + t_{m, n-1, \tau}), \quad (2)$$

при модуле сетки

$$R_2 = 4a \frac{\Delta\tau}{\Delta l^2} = 1. \quad (3)$$

В уравнении (2):  $m$  — номер вертикальных сечений,  $n$  — номер горизонтальных сечений призмы на элементарные квадратики со стороной  $\Delta l$ . Из уравнения (3), задавая шагом одной из конечных разностей  $\Delta\tau$  или  $\Delta l$ , можно получить другую.\*

Что касается температур точек, лежащих на контуре призмы, то их определение основывается на следующих положениях.

Тепловые лучи, исходящие из точки  $k$  (см. рис. 2), распространяются во все стороны, как из точечного источника тепла, при этом лучи, попадающие в точки  $a$ , т. е. по нормали к контуру, не отражаются и не преломляются, но лишь затухают на расстоянии  $ka$ , и совершенно также, как для одномерной задачи, должны пройти через направляющую точку  $O$  (рис. 3). Поэтому температура точек  $a$  определяется по уравнениям (4), (5) и (6) с заменой  $\Delta x$  на  $\Delta l$ . Коэффициент  $N_1$  выведен в работе [1].

$$\delta'_1 = \delta'_2 N_1, \quad (4)$$

где

$$N_1 = \frac{s}{s + \Delta l} = \text{const}, \quad (5)$$

$$t'_1 = \delta'_1 + \theta^\circ. \quad (6)$$

Здесь  $\delta'_1$  и  $\delta'_2$  соответственно искомый температурный напор в точке  $I'$  и уже известный напор в точке  $2'$ , т. е. температура этих точек, отсчитываемая от температуры среды  $\theta^\circ$  (см. рис. 3). Напомним, что коэффициент  $N_1$  выведен из рассмотрения подобных треугольников  $OB2'$  и  $OAI'$ .

Тепловые лучи, попадающие в вершину исходящих или входящих углов (ребра) призмы (точки  $b$ ) также не преломляются и не отражаются, и поэтому температура этих точек определяется только затуханием на пути диагонали  $\Delta l'$  квадрата со стороной  $\Delta l$ . Лучи, попадающие на грань призмы между точками  $a$  и  $b$ , например в точку  $r$ , частично отражаются и преломляются по законам Снеллиуса — Гюйгенса; эти точки не являются расчетными (см. рис. 2).

Тепловой луч из точки  $k$  в ребро  $b$  призмы также должен пройти через направляющую точку  $O$ , находящуюся в прежнем расстоянии  $s = \lambda : \alpha$  от угла, как это показано на рис. 3. Температуру угловой точки получим умножением температурного напора точки  $k$  на коэффициент  $N_2$ , который получается теперь из подобия треугольников  $O2''B$  и  $ObA$ , и суммированием с температурой среды  $\theta^\circ$ .

Для получения этих треугольников надо от грани тела в расстоянии  $\Delta l\sqrt{2}$ , равном диагонали квадрата со стороной  $\Delta l$ , провести вертикаль  $B2''$  и на ней отложить температуру  $2''$ , полученную расчетом

\* Напомним, что для одномерной задачи температура в точке  $n$  в момент времени  $\tau + 1$  определяется по известной формуле  $t_{n, \tau+1} = 0,5 (t_{n+1, \tau} + t_{n-1, \tau})$ , при модуле сетки  $R_1 = 2a \frac{\Delta\tau}{\Delta l^2} = 1$ .



по формуле (2), как для внутренней точки сетки. Найденную точку  $2''$  на вертикали  $B-2''$  надо соединить прямой с направляющей точкой  $O$ , которая засечет на грани тела точку  $b$  с искомой температурой на ребре призмы.

$$\delta_b = (Ab) = (B2'') \frac{s}{s + \sqrt{2}\Delta l} = \delta'_2 N_2, \quad (7)$$

$$N_2 = \frac{s}{s + \Delta l \sqrt{2}} = \text{const}, \quad (8)$$

где  $\delta_2^1$  — температурный напор, известный из предыдущего этапа расчета за предшествующий интервал времени  $\Delta t$ .

$$t_b = \delta_b + \theta^\circ. \quad (9)$$

Так как всегда коэффициент  $N_2 < N_1$ , то охлаждение или нагревание угловых точек будет всегда интенсивнее чем точек, лежащих на гранях. Это подтверждается и каждодневным опытом.

Пример 1. Призма бесконечной длины поперечного сечения по рис. 2 нагрета до температуры  $+40^\circ \text{C}$ , а затем охлаждается с коэффициентом теплообмена  $\alpha = 1,5 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ ;  $a = 0,021 \text{ м}^2/\text{час}$ ; температура среды  $\theta^\circ = 0^\circ \text{C}$ ;  $\lambda = 0,70 \text{ ккал/м} \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ .

Решение. Принимаем  $\Delta l = 0,25 \text{ м}$ . Расчетным для внутренних точек является уравнение (2). Так как  $\theta^\circ = 0^\circ \text{C}$ , то температура призмы будет и температурным напором системы. Шаг времени  $\Delta t = \frac{\Delta l^2}{4a} = 45 \text{ мин}$ .

Положение направляющей точки  $S = \lambda : \alpha = 0,466 \text{ м}$ .

По уравнениям (5) и (8)  $N_1 = 0,466 : (0,466 + 0,25) = 0,65$ ;  $N_2 = 0,466 : (0,466 + 0,25\sqrt{2}) = 0,57$ . Результаты расчета представлены в виде таблиц 1, 2 и 3. Табл. 1 отвечает первому интервалу времени, т. е. через 45 мин, табл. 3 отвечает времени  $4\Delta t = 45 \cdot 4 = 3 \text{ час}$ . В этих таблицах интересно сопоставить между собой температуру в исходящих и во входящих ребрах на гранях призмы.

Таблица 1

		$\Delta t = 45 \text{ мин}$						
$n \backslash m$		1	2	3	4	5	6	7
1		22,8	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	22,8
2		26,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	26,0
3		26,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	26,0
4		26,1	40,0	40,0	22,8	26,0	26,0	22,8
5		26,1	40,0	40,0	26,0			
6		26,0	40,0	40,0	26,0			
7		22,8	26,0	26,0	22,4			

Таблица 2

 $2\Delta\tau = 1 \text{ час } 30 \text{ мин}$ 

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7
1	18,8	21,5	23,8	23,8	23,8	21,5	18,8
2	21,5	33,0	36,5	36,5	36,5	33,0	21,5
3	23,8	36,5	40	35,7	36,5	33,0	21,5
4	23,8	36,5	35,7	22,8	23,8	21,5	18,8
5	23,8	36,5	36,5	23,8			
6	21,5	33,0	33,0	21,5			
7	18,8	21,5	21,5	18,8			

Таблица 3

 $4\Delta\tau = 3 \text{ час}$ 

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7
1	14,9	17,0	19,5	19,8	18,7	15,8	13,8
2	17,0	26,1	30,0	30,4	28,8	24,3	15,8
3	19,5	30,0	33,6	30,7	28,9	24,3	15,8
4	19,8	30,4	30,7	19,1	18,8	15,8	13,8
5	18,7	28,8	28,9	18,8			
6	15,8	24,3	24,3	15,8			
7	13,8	15,8	15,8	13,8			

В табл. 1 все внутренние точки сохраняют начальную температуру  $40^\circ\text{C}$ . Температуру на гранях получим умножением температуры соответствующей внутренней точки на коэффициент  $N_1$ . Например, для точек 2/1, 3/1 и т. д.  $t = 40^\circ \cdot 0,65 = 26^\circ$ . Температуру точки 1/1 и аналогичные ей получим через коэффициент  $N_2$ , как произведение  $40^\circ \cdot 0,57 = 22,8^\circ$ .

В табл. 2 температуру точки 2/2 получим по формуле (2) следующим подсчетом:  $t = (26 + 40 + 40 + 26) \cdot 1/4 = 33^\circ\text{C}$ . Температуру точек 2/1 и 1/1 соответственно получим так:  $33,0 \cdot 0,65 = 21,5^\circ$ ;  $33,0 \cdot 0,57 = 18,8^\circ$  и т. д. Аналогично получена и табл. 3.

В тех случаях, когда входящий или исходящий углы  $\beta \neq 90^\circ$  (см. рис. 2), то длину диагонали  $\Delta l' = (kb)$  и коэффициент  $N'_2$  надо вычислять по формулам (10) и (11), полученным из простых геометрических соображений.

$$\Delta l' = \Delta l : \sin \beta/2, \quad (10)$$

$$N'_2 = \frac{s}{s + \Delta l / \sin \beta/2} = \frac{s}{s + \Delta l \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \beta/2}}}. \quad (11)$$

При  $\beta = 180^\circ$ , т. е. когда фактически перелома нет, получим  $\Delta l' = \Delta l$  и  $N'_2 = N_1$ , как и следовало ожидать. Если угол  $\beta = 90^\circ$ , то получим  $\Delta l' = \Delta l \sqrt{2}$ , т. е. выражение из прежних формул (7) и (8). Если угол  $\beta < 90^\circ$  и приближается к нулю, то значение  $\Delta l'$  стремится к бесконечности, а  $N'_2$  — к нулю. Другими словами, исходящие и входящие острые углы охлаждаются и нагреваются значительно быстрее прямых углов. Тепло как бы стекает с исходящих острых углов при охлаждении. На этом принципе основана конструкция ребристых батарей радиаторов центрального отопления.

Случай, когда  $\beta > 90^\circ$ , дает замедление охлаждения углов против прямого угла и представлен на рис. 1 на низовой грани плотины. Тепловой расчет этой плотины выполнен в работе [2].

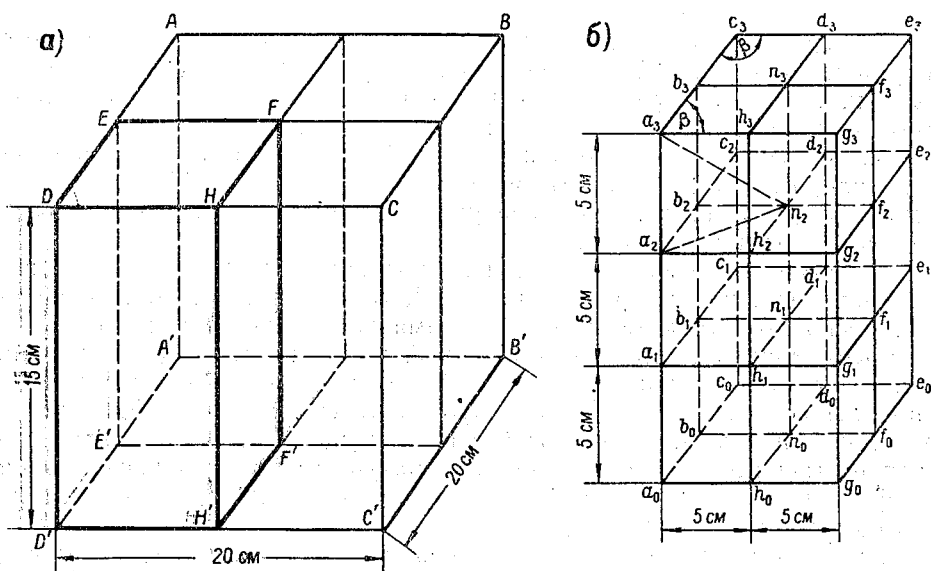


Рис. 4. Схема к расчету охлаждения параллелепипеда.

3. Трехмерная задача решена применительно к параллелепипеду  $20 \times 20 \times 15$  см (рис. 4 а и б). Из параллелепипеда выделена в силу симметрии призма  $DEFH - D_1E_1F_1H_1$  с показанием разбивки на элементарные кубики со стороной  $\Delta l = 5$  см.

Здесь имеется три вида пограничных точек, а именно: точки, лежащие на гранях, на ребрах и в углах основного параллелепипеда.

Температура всех внутренних точек в вершинах элементарных кубиков определяется, как хорошо известно, по уравнению (12), которое в конечных разностях может быть написано в виде выражения (13).

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \quad (12)$$

$$t_{m, n, p, \tau+1} = \frac{1}{6} (t_{m+1, n, p, \tau} + t_{m-1, n, p, \tau} + t_{m, n+1, p, \tau} + t_{m, n-1, p, \tau} + t_{m, n, p+1, \tau} + t_{m, n, p-1, \tau}), \quad (13)$$

При этом шаг времени  $\Delta \tau$  и сторона элементарного кубика  $\Delta l$  связаны с модулем сетки  $R_3$  соотношением

$$R_3 = 6a \frac{\Delta \tau}{\Delta l^2} = 1. \quad (14)$$

В уравнении (13)  $m$  и  $n$  обозначают номера взаимно перпендикулярных вертикальных сечений параллелепипеда на элементарные кубики,  $p$  — горизонтальные сечения.

Например, для температуры точки  $e_1$  получим следующую формулу:

$$t_{e_1, \tau+1} = \frac{1}{6} (t_{e_0} + t_{e_2} + 2t_{f_1} + 2t_{d_1}). \quad (13 \text{ bis})$$

Температура пограничных точек, лежащих на гранях основного параллелепипеда, т. е. например, точек  $h_1, g_1, h_2, g_2$ , определяется через коэффициент  $N_1$  из уравнений (4) и (6) по температуре ближайших внутренних точек, т. е. соответственно  $n_1, f_1, n_2, f_2$ .

Температура точек, лежащих на ребрах основного параллелепипеда, например  $a_1, a_2, h_3, g_3$ , определяется через коэффициент  $N_2$  из уравнений (8) и (10) по температуре ближайших внутренних точек, т. е. соответственно  $n_1, n_2, f_2$ .

Что касается температуры точек, лежащих в углах основного параллелепипеда, например  $a_3$  (или  $D$ ),  $A, B, C$ , то для их определения надо воспользоваться теми же приемами геометрической термики.

Рассматривая точку  $n_2$  как точечный источник тепла и диагональ кубика  $n_2 a_3$  как направление теплового луча и учитывая, что луч по направлению  $n_2 a_3$ , также должен пройти через основную направляющую точку, получим, по аналогии с предыдущими выводами, что температура точки  $a_3$  определится по температуре точки  $n_2$  умножением на коэффициент  $N_3$ , определяемый уравнением (15) через диагональ  $\Delta l'''$  куба со стороной  $\Delta l$ .

Вывод этого коэффициента пояснен на рис. 3, на котором проведена дополнительная вертикаль через точку  $C$  на расстоянии  $AC$ , равном диагонали куба  $\Delta l''' = \Delta l \sqrt{3}$ . Температуру угловой точки  $a_3$  получим на пересечении луча  $2''' - O$  с границей параллелепипеда. Для вывода коэффициента  $N_3$  в рассмотрение вводятся подобные треугольники  $OAa_3$  и  $OC2'''$ .

$$N_3 = \frac{s}{s + \Delta l \sqrt{3}}. \quad (15)$$

Температура пограничных точек всех трех видов определяется через температурный напор  $\delta$ , как было указано выше.

Из сопоставления коэффициентов  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$  видно, что всегда  $N_1 > N_2 > N_3$  и поэтому больше всего охлаждаются или нагреваются углы параллелепипеда, меньше ребра и еще меньше грани.

Например, если температура точки  $n_2$  равна  $40^\circ\text{C}$ , сторона элементарного кубика  $\Delta l = 0,25$  м, расстояние до направляющей точки  $S = 0,466$  м и температура среды  $\theta = 0^\circ\text{C}$ , то (из примера 1) получим следующие расчетные данные при охлаждении призмы (табл. 4).

Таблица 4

$N_1 = 0,466 : (0,466 + 0,25) = 0,65$	Точка $h_2$ $t = 40 \cdot 0,65 = 26^\circ\text{C}$
$N_2 = 0,466 : (0,466 + 0,25\sqrt{2}) = 0,57$	Точка $a_2$ $t = 40 \cdot 0,57 = 22,8^\circ\text{C}$
$N_3 = 0,466 : (0,466 + 0,25\sqrt{3}) = 0,52$	Точка $d_3$ $t = 40 \cdot 0,52 = 20,8^\circ\text{C}$

На рис. 5 показан результат подсчета температуры призмы, представленной на рис. 4 а и б. Термические коэффициенты материала призмы  $a = 5 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/час,  $\lambda = 3,5$  ккал/м · час · град. Температура окружающей среды  $\theta = -0,01^\circ\text{C}$ . Основание призмы поддерживается при постоянной температуре  $+0,01^\circ\text{C}$ . Коэффициент теплообмена со средой  $\alpha = 1,5$  ккал/м<sup>2</sup> · час · град.

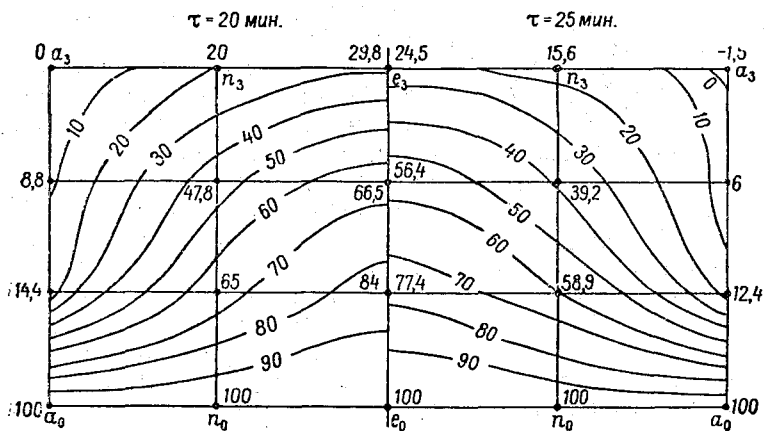


Рис. 5. Температура призмы по рис. 4 по диагональному разрезу через 20 и 25 мин после начала охлаждения (тысячные доли градуса).

Расчет охлаждения такой призмы не может быть наглядно представлен в табличной форме. Для каждой точки и для каждого интервала времени надо составить формулы, аналогичные (13 bis).

Расчет выполнен в тысячных долях градуса. Интервал времени из уравнения (14)  $\Delta t = 5$  мин.

На рис. 5 представлена температура призмы по диагональному разрезу в плоскости  $a_1 n_1 e_1$  через 20 мин и через 25 мин от начала процесса.

Рассмотренный пример относится к приближенному решению случая охлаждения предметов, лежащих на дне реки, переохлажденной водой и к образованию донного льда [3].

Если призма в основании имеет не прямоугольник, а параллелограмм или иное очертание с углами  $\beta \neq 90^\circ$ , то температура ее ребер определяется через коэффициенты  $N'_2$  по формулам (11) и (12). Для определения температуры в углах призмы легко можно из простейших геометрических соображений определить длину элементарной диагонали

$$\Delta l'' = \Delta l \sqrt{1 + \frac{1}{\sin^2 \beta/2}}, \quad (16)$$

откуда

$$N'_3 = \frac{s}{s + \Delta l \sqrt{1 + \frac{1}{\sin^2 \beta/2}}}. \quad (17)$$

Если  $\beta = 90^\circ$ , то мы получим прежнюю формулу (15). Если  $\beta > 90^\circ$ , то  $1/\sin^2 \beta/2$  всегда  $> 2$  и подрадикальное выражение всегда  $> 3$ , т. е.  $N'_3 < N_3$ , и охлаждение (или нагревание) угла призмы будет происходить медленнее, чем при  $\beta = 90^\circ$ . Если  $\beta < 90^\circ$ , то картина получается

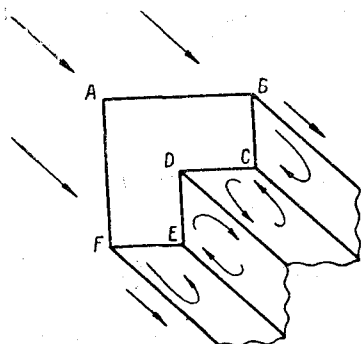


Рис. 6. Призма в неодинаковых условиях обтекания.

обратной. Таким образом, ребра и углы призмы у тупых углов  $\beta$  и у острых охлаждаются с различной скоростью. Тепло с острых углов стекает еще быстрее, чем рассчитанное по формулам (10) и (11).

4. Во многих случаях коэффициент теплообмена на различных гранях тела имеет различное значение.<sup>1</sup> Это встречается, например, при уточненном решении случая, когда призма омывается потоком воды или воздуха (рис. 6).

В этих случаях коэффициент теплообмена по встречным граням будет больше, чем по тыловым (теневым) и по горизонтальным. В такой призме в ребрах будут сходиться два коэффициента теплообмена, а в углах — три.

В этих случаях для граней призмы остаются в силе указания, сделанные выше, и поэтому сохраняется коэффициент  $N_1$  по уравнению (5), с тем только, что для каждой грани надо вводить в уравнение (5) свои величины  $\alpha$  и  $s$ .

Для точек, лежащих на ребрах, надо вводить в расчет среднее арифметическое значение коэффициентов  $N_2$  по уравнению (8), вычисленное по двум значениям  $\alpha$  и  $s$  на двух сходящихся гранях.

Для точек, лежащих в углах, надо вводить в расчет средние арифметические значения коэффициентов  $N_3$ , по уравнению (17), вычисленные по трем значениям  $\alpha$  и  $s$  на трех сходящихся гранях.

Пример 2. Рассмотрим бесконечно длинную призму из примера 1, обтекаемую потоком воздуха или воды, в направлении, указанном стрелками (см. рис. 6). В этих условиях грани призмы будут в различных условиях обтекания, а следовательно и в различных условиях теплообмена со средой.

<sup>1</sup> Такие условия можно рассматривать как анизотропию среды.

Грани  $AB$  и  $AF$  непосредственно омываются потоком и могут быть названы лобовыми, грани  $BC$  и  $EF$  попадают в тень потока и могут быть названы теньевыми, грани  $DC$  и  $DE$  — являются внутренними и попадают в водоворотную зону. Наибольший коэффициент теплообмена будет на лобовых гранях, меньший на теньевых, еще более низкий на внутренних.

Ребра  $A$  — лобовое — и  $D$  — внутреннее находятся в одинаковых расчетных условиях, но в различных условиях теплообмена со средой. Ребра  $B$  и  $F$  — будут средними между лобовыми и теньевыми, ребра  $E$  и  $C$  средними между теньевыми и внутренними.

Примем коэффициенты теплообмена со средой следующими:<sup>1</sup> для лобовых граней, как и в примере 1,  $\alpha_{л} = 1,5 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ , для теньевых граней  $\alpha_{т} = 0,75 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ , для внутренних граней  $\alpha_{в} = 0,5 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{град}$ . Размеры призмы, стороны квадратиков  $\Delta l$ , коэффициенты  $\lambda$ ,  $\sigma$  и  $a$  сохраним по примеру 1 для удобства сравнения. В этих условиях получим значения  $s$  и коэффициентов  $N_1$  и  $N_2$  с индексами л, т, в:

$$s_{л} = 0,70 : 1,50 = 0,466 \text{ м},$$

$$s_{т} = 0,70 : 0,75 = 0,932 \text{ м},$$

$$s_{в} = 0,70 : 0,50 = 1,40 \text{ м},$$

$$N_{1, л} = 0,65, \quad N_{2, л} = 0,57,$$

$$N_{1, т} = 0,932 : (0,932 + 0,25) = 0,788,$$

$$N_{2, т} = 0,932 : (0,932 + 0,25 \sqrt{2}) = 0,725,$$

$$N_{1, в} = 1,40 : (1,40 + 0,25) = 0,848,$$

$$N_{2, в} = 1,40 : (1,40 + 0,25 \sqrt{2}) = 0,798,$$

$$N_{2, л/т} = (0,57 + 0,725) 0,5 = 0,642,$$

$$N_{2, т/в} = (0,725 + 0,798) 0,5 = 0,762.$$

Первоначальная температура призмы во всех точках принята равной  $40^\circ \text{C}$ , как в примере 1.

Результаты расчета охлаждения призмы представлены в табл. 5, 6 и 7.

<sup>1</sup> В дальнейшем индекс л — означает лобовой, индекс т — теньевой, индекс в — внутренний, индекс л/т — средний между лобовым и теньевым и т. п.

Таблица 5

 $\Delta\tau = 45 \text{ мин}$ 

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7
1	22,4	26,0	26,0	26,0	26,0	26,0	25,6
2	26,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	31,5
3	26,0	40,0	40,0	40,0	40,0	40,0	31,5
4	26,0	40,0	40,0	31,9	33,9	33,9	30,4
5	26,0	40,0	40,0	33,9			
6	26,0	40,0	40,0	33,9			
7	25,6	31,5	31,5	30,4			

Таблица 6

 $2\Delta\tau = 1 \text{ час } 30 \text{ мин}$ 

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7
1	18,5	21,4	23,8	23,8	23,8	22,4	22,1
2	21,4	33,0	36,5	36,5	36,5	34,4	27,1
3	23,8	36,5	40,0	38,0	38,5	36,4	28,6
4	23,8	36,5	38,0	31,9	32,6	30,8	27,7
5	23,8	36,5	38,5	32,6			
6	22,4	34,4	36,4	30,8			
7	22,1	27,1	28,6	27,7			



Таблица 7

$$4\Delta\tau = 3 \text{ час}$$

$n \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7
1	14,4	16,8	19,7	20,3	19,8	17,9	17,7
2	16,8	26,1	30,4	31,3	30,5	27,6	21,8
3	19,7	30,4	35,0	34,2	33,4	30,2	23,8
4	20,3	31,3	34,2	27,9	28,3	25,6	23,0
5	19,8	30,5	33,4	28,3			
6	17,9	27,6	30,2	25,6			
7	17,7	21,8	23,8	23,0			

Температура всех внутренних точек призмы определена по формуле (2). Температура точек, лежащих на гранях, получена умножением температуры ближайших внутренних точек соответственно на коэффициенты  $N_{1,i}$ , т. е. для лобовых граней на  $N_{1,л} = 0,65$ , теневых на  $N_{1,т} = 0,788$ , внутренних на  $N_{1,в} = 0,848$ . Температура точек на ребрах получена умножением температуры соответствующей точки на диагонали на коэффициенты  $N_{2,i}$ , т. е. для лобовой точки 1/1 на  $N_{2,л} = 0,57$ , для внутренней точки 4/4 на  $N_{2,в} = 0,798$ ; для точек 1/7 и 7/1 на  $N_{2,л/т} = 0,642$ ; для точек 7/4 и 4/7 на  $N_{2,т/в} = 0,762$ .

Сопоставление табл. 3 и 7 ясно показывает влияние неодинаковых коэффициентов теплообмена со средой на температуру предмета.

Изложенным методом можно без труда определить температуру и трехмерного обтекаемого тела ограниченных размеров с различными коэффициентами теплообмена со средой по всем его граням.

5. Что касается точности расчетов, выполняемых по изложенной выше методике, то эта точность, естественно является той же, как и вообще в методах конечных разностей. Этому вопросу посвящена обширная литература, с которой можно познакомиться, например, по работе Ш. Е. Микеладзе [5] или у Д. Ю. Панова [6]. Во всяком случае, уменьшая шаг  $\Delta l$  можно легко добиться точности расчета, достаточной для любых практических задач.

Вместе с тем не следует закрывать глаза и на недостатки, присутствующие методу конечных разностей. Основными из них являются трудность в ряде случаев подобрать подходящие интервалы  $\Delta\tau$  и  $\Delta l$ , что приводит к увеличению вычислительной работы, хотя и очень простой, но требующей большого внимания, а также затруднительность использования современных быстродействующих вычислительных машин.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Берг В. А. Решение уравнений теплопроводности методом конечных разностей. Информационный сборник, Ленгидэп, № 21, Л., 1961.
2. Берг В. А. О расчете температурного режима высоких массивных бетонных плотин. Сб. «Проектирование и строительство высоких плотин», Энергоиздат, М.—Л., 1960.
3. Берг В. А. К образованию донного льда. Информационный сборник, Ленгидэп, № 22, Л., 1961.
4. Канторович Л. В., Крылов В. И. Методы приближенного решения дифференциальных уравнений в частных производных, ОНТИ, М.—Л., 1936.
5. Микеладзе Ш. Е. Численные методы интегрирования дифференциальных уравнений с частными производными. Изд. АН СССР, М.—Л., 1936.
6. Панов Д. Ю. Справочник по численному решению дифференциальных уравнений в частных производных. Гостехтеориздат, М.—Л., 1951.
7. Соколов В. Н. Расчет нагрева тел методом сеток. Сб. «Нагрев крупных слитков», Машгиз, Л.—М., 1954.
8. Pflüem H. Beitrag zur Theorie der Wärmeleitung ... u. s. w. Ingenieur Archiv Vol. VI, N 2, 1935.



## О ВЛИЯНИИ ГРАДИЕНТА ПЛОТНОСТИ НА РЕЖИМ ПОТОКА

Приводятся результаты экспериментального исследования влияния плотностной стратификации на режим потока. Построены зависимости критического числа Рейнольдса от градиента плотности жидкости для случаев равномерного и «ступенчатого» градиентов. Найденные зависимости согласуются с имеющимися физическими представлениями о характере влияния плотностной стратификации на переход потока из ламинарного состояния в турбулентное.

Переход ламинарного режима потока в турбулентный определяется критическим числом Рейнольдса. Во многих случаях потоки имеют различную плотность по вертикали; естественно предполагать, что этот факт должен влиять на критическое число Рейнольдса. Поэтому задачей настоящей работы являлось экспериментальное изучение влияния плотностной стратификации на характер режима потока.

Эксперименты проводились на установке, изображенной на рис. 1. Движение исследуемой жидкости происходило в цилиндрическом со-

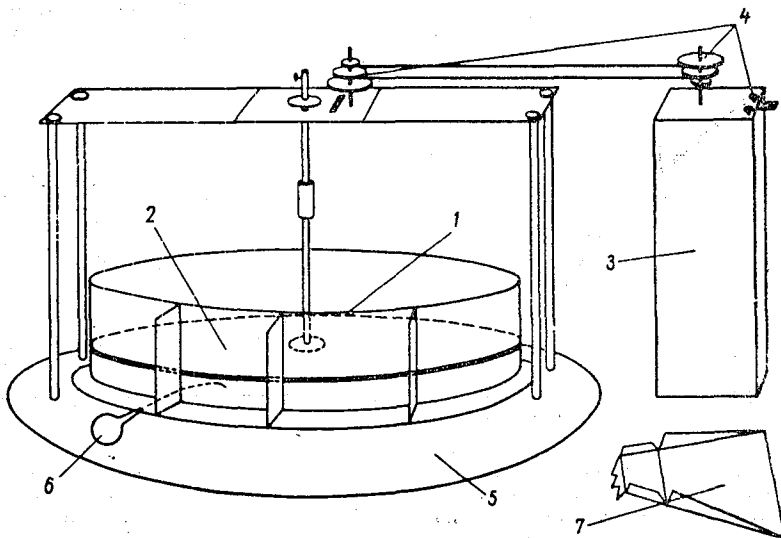


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

суде (1) диаметром 40 см и высотой 8 см, сделанном из оргстекла, для удобства визуальных наблюдений, и установленном на специальной металлической подставке 5. Устройство для принудительного движения

жидкости состояло из диска 2 диаметром 40 см и мотора 3, снабженного приспособлением 4 для регулирования числа оборотов в отношении 1:6, что давало возможность менять угловую скорость вращения диска в пределах 0,28—1,67 рад/сек. С увеличением скорости вращения диска скорость движения увлекаемой диском жидкости тоже возрастала, достигая критического значения, при котором ламинарный характер движения становился турбулентным. Этот переход определялся с помощью краски, выпускаемой из специального пробника 6, который использовался также и для взятия проб с целью определения плотности различных слоев исследуемой жидкости. В качестве исследуемых жидкостей были выбраны водные растворы хлористого натрия различной концентрации. Но растворы разной концентрации имеют неодинаковую кинематическую вязкость, а вязкость, как известно, также влияет на гидравлический режим потока. Чтобы исключить из рассмотрения этот фактор, вязкость исследуемых растворов создавалась одинаковой. Для этого в растворы добавлялось соответствующее количество глицерина, который, увеличивая вязкость, почти не менял плотности первоначальных растворов. Плотность полученных растворов измерялась пикнометрическим методом с точностью 0,001 г/см<sup>3</sup>; вязкость — при помощи вискозиметра Пинкевича с тремя расширениями (точность 0,001 см<sup>2</sup>/сек). Таким образом, были подобраны жидкости, имеющие различные плотности от  $\rho = 1,045$  г/см<sup>3</sup> до  $\rho = 1,175$  г/см<sup>3</sup>, но одинаковую вязкость  $\nu = 0,016$  см<sup>2</sup>/сек.

Эксперименты проводились следующим образом. В цилиндрический сосуд заливался раствор известной плотности, затем сверху доливался такой же объем раствора меньшей плотности. Чтобы избежать перемешивания обоих слоев, добавление раствора меньшей плотности производилось тонким слоем и широким фронтом с помощью специального совка 7, один конец которого касался уже налитого слоя жидкости, а другой крепился к стенке под небольшим углом к поверхности жидкости. Таким образом, налитая жидкость состояла из двух слоев

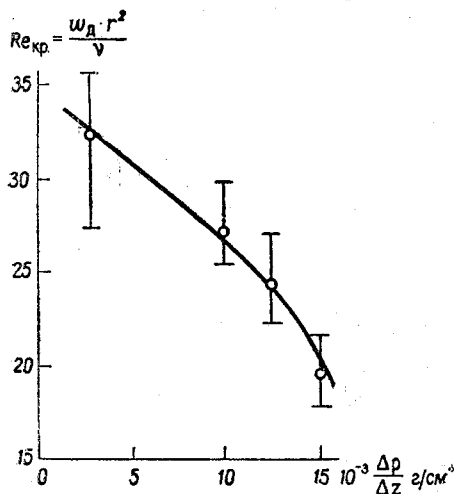


Рис. 2. Критическое число Рейнольдса нижнего слоя в зависимости от градиента плотности для случая «ступенчатого» градиента.

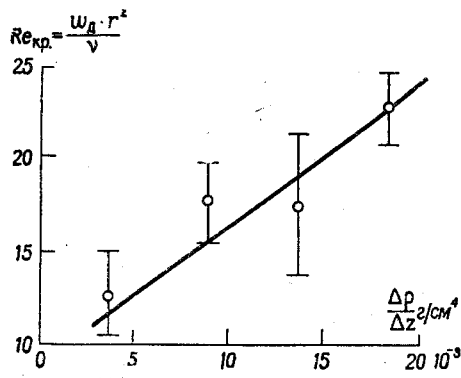


Рис. 3. Критическое число Рейнольдса верхнего слоя в зависимости от градиента плотности для случая «ступенчатого» градиента.

различной плотности, но одинаковой вязкости. Для такого случая так называемого ступенчатого градиента была проведена серия опытов, результаты которых представлены на рис. 2 и 3.

Здесь, как и во всех последующих графиках, средние значения для групп показаны кружками, разброс экспериментальных точек — вертикальными линиями.

Затем были проведены опыты с равномерным по глубине градиентом плотности  $\frac{\partial \rho}{\partial z} = \text{const}$ , но не равным нулю. Выравнивание плотностей происходило с течением времени вследствие молекулярной диффузии, ход выравнивания определялся экспериментально. Для этого каждый час брались пробы жидкости у поверхности, у дна и на расстоянии 1 см от поверхности (середина верхнего слоя). Когда градиент плотности становился одинаковым по глубине, принимая заранее заданное значение  $\frac{\partial \rho}{\partial z} = k_1, k_2, \dots, k_n$ , можно было приступить непосредственно

к проведению опыта. Экспериментально было определено время установления стационарного гидравлического режима в зависимости от угловой скорости вращения диска. За стационарный принимался режим, при котором оставалось неизменным время полного оборота струйки окрашенной воды (краска выпускалась из пробника б на определенном расстоянии по радиусу и глубине). Максимальное время установления стационарного режима оказалось равным 5 мин, поэтому время проведения опыта было незначительным по сравнению с временем, необходимым для существенного изменения градиента плотности.

В опытах диск (а значит, и исследуемая жидкость) сначала вращался с очень малой угловой скоростью и краска, введенная в жидкость, двигалась ровной «ниточкой», так как характер движения был ламинарным. Затем, по мере увеличения числа оборотов мотора, скорость диска и исследуемой жидкости возрастала, достигая такого значения, при котором «ниточка» краски начинала изгибаться и размываться под действием начинающейся турбулизации потока. Эта скорость и считалась критической скоростью, при которой ламинарное движение переходит в турбулентное.

С помощью секундомера измерялось число оборотов диска в 1 мин ( $n$ ) и вычислялась угловая скорость вращения диска

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\pi n}{30} \text{ рад/сек.} \quad (1)$$

Критическое число Рейнольдса рассчитывалось по формуле

$$\text{Re}_{\text{кр}} = \frac{v_{\text{кр}} \cdot r}{\nu}, \quad (2)$$

где  $r$  — радиус сосуда,

$\nu = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}$  — коэффициент кинематической вязкости.

Вязкость растворов была определена при  $t = 18^\circ\text{C}$ , когда подбирались жидкости для исследования, и в каждом конкретном опыте не измерялась, так как колебания температуры от опыта к опыту ( $t_{\text{воздуха}} = t_{\text{жидкости}}$ ) были незначительны.

В формулу (2) входит критическая скорость воды ( $v_{\text{кр}}$ ), в опыте же определялась критическая скорость вращения диска. Переход от одной скорости к другой осуществлялся способом, предложенным Бедеватом [2], который исследовал вращательное движение жидкости над неподвижным основанием.

По полученным из опытов значениям скорости вращения диска

$$v_{\text{кр (диска)}} = \frac{r\pi n}{30} \text{ м/сек} \quad (3)$$

находились радиальная ( $v_r$ ) и тангенциальная ( $v_\varphi$ ) составляющие скорости движения воды на глубине  $z$  по формулам:

$$v_r = v_{\text{кр (диска)}} \cdot F(\xi); \quad (4)$$

$$v_\varphi = v_{\text{кр (диска)}} \cdot G(\xi), \quad (5)$$

где  $\xi = \frac{z}{H}$  — безразмерное расстояние от основания,

$F$  и  $G$  — функции, определяющие распределение скоростей при вращательном движении жидкости над неподвижным основанием [2].

Результирующая скорость воды вычислялась как геометрическая сумма составляющих  $v_r$  и  $v_\varphi$

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}. \quad (6)$$

Значение критерия Ричардсона находилось по формуле

$$\text{Ri} = \frac{\frac{g}{\rho} \frac{\Delta\rho}{\Delta z}}{\left(\frac{\Delta v}{\Delta z}\right)^2}, \quad (7)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,

$\rho$  — средняя по глубине плотность жидкости.

При вычислении  $\frac{\Delta\rho}{\Delta z}$  рассматривался весь слой жидкости, так как градиент плотности по глубине оставался постоянным

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta z} = \frac{\rho_{\text{пов}} - \rho_{\text{дна}}}{H}, \text{ г/см}^3. \quad (8)$$

Изменение скорости также относилось ко всей толще жидкости, поскольку распределение скорости можно считать близким к прямой. Следовательно,

$$\frac{\Delta v}{\Delta z} = \frac{v_{\text{пов}} - v_{\text{дна}}}{H},$$

а так как  $v_{\text{дна}} = 0$ , то

$$\frac{\Delta v}{\Delta z} = \frac{v_{\text{пов}}}{H}. \quad (9)$$

Были построены графики зависимости критического числа Рейнольдса от градиента плотности для верхнего и нижнего слоев в случае «ступенчатого» градиента (рис. 2 и 3) и графики  $Re_{кр} = f\left(\frac{\Delta\rho}{\Delta z}\right)$  и  $Re = f(Ri)$  для условий равномерного градиента плотности (рис. 4 и 5).

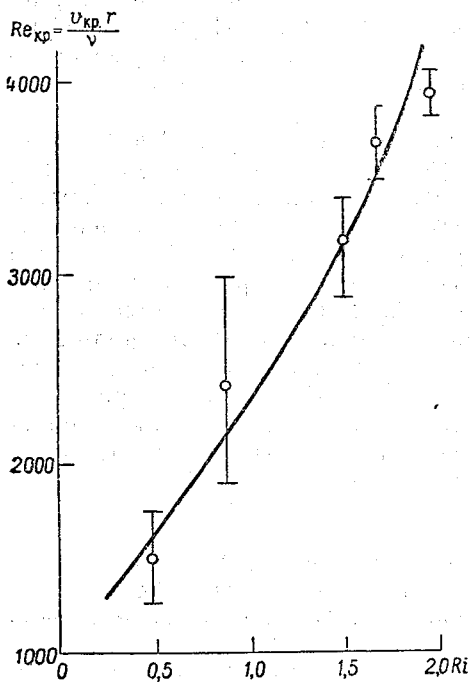


Рис. 4. Зависимость критического числа Рейнольдса от градиента плотности в случае равномерного градиента.

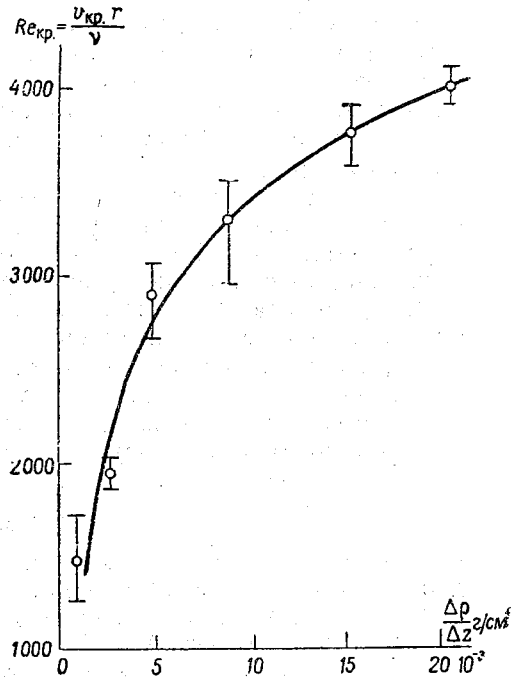


Рис. 5. Критическое число Рейнольдса как функция числа Ричардсона.

Таким образом, с увеличением градиента плотности, как и следовало ожидать, поток становится более устойчивым, и критическое число Рейнольдса возрастает. Дело в том, что наличие в потоке устойчивого расслоения плотности уменьшает турбулентное перемешивание в вертикальном направлении, так как подъему более тяжелых частей жидкости, лежащих внизу, препятствует сила тяжести, а опусканию более легких частей, расположенных наверху, мешает гидростатическая подъемная сила. С увеличением градиента плотности процесс затухания турбулентного перемешивания усиливается, т. е. движение становится более устойчивым и критическое число Рейнольдса возрастает.

За характеристику вертикальной устойчивости потока обычно принимается число Ричардсона. Поэтому был построен график связи критического числа Рейнольдса с числом Ричардсона (рис. 5).

Предел устойчивости получился примерно равным двум. Это согласуется с энергетическими оценками Ричардсона и Прандтля [4], которые показали также, что турбулентность затухает при  $Ri > 2$ . Но впоследствии Тэйлор [5], уточнив соображения Прандтля, получил в качестве предела устойчивости  $Ri \geq 1$ . Тэйлор и Гольдштейн [3] для случая непрерывного распределения плотности и при линейном распре-

лении скоростей по глубине в неограниченно распространенной жидкости получили  $Ri = \frac{1}{4}$ . Более высокое значение предела устойчивости

в настоящем исследовании получилось, по-видимому, потому, что приведенные выше оценки относятся к поступательному движению вдоль плоских стенок, тогда как мы имели дело с вращательным движением жидкости около искривленных стенок. При течении же около искривленных (вогнутых) стенок, как показал Шлихтинг [1], возникает неустойчивость, связанная с трехмерными возмущениями, которые обладают более высоким пределом устойчивости, чем двухмерные, возникающие при течении вдоль плоских стенок.

В случае «ступенчатого» градиента, как видно из рис. 2 и 3, с увеличением градиента плотности критическое число Рейнольдса, вычисленное для верхнего слоя, возрастает, а для нижнего слоя — уменьшается. Можно предложить следующее объяснение этим фактам. С увеличением градиента плотностей усиливается взаимодействие слоев и нижний, более плотный, слой тормозит движение верхнего слоя; с ростом градиента это торможение увеличивается. Следовательно, при большем градиенте плотностей нужна большая скорость вращения диска, чтобы движение в верхнем слое из ламинарного перешло в турбулентное. В нижнем слое для такого перехода при большем градиенте плотностей нужна меньшая скорость вращения диска, так как с усилением трения между слоями при увеличении градиента плотности верхний слой легче увлекает за собой нижний слой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Пер. с нем. ИЛ, М., 1956.
2. Bödewadt U. Drehströmung über festem Grunde, ZAMM, t. 20, 1940.
3. Goldstein S. On the stability of superposed streams of fluids of different densities, Proc. Roy. Soc. A132, 1931.
4. Richardson L. F. The supply of energy from and to atmospheric eddies., Proc. Roy. Soc. London, 97, 1926.
5. Taylor G. I. Effect of variation in density on the stability of superposed streams of fluid., Proc. Roy. Soc. A 131, 1931.



## ПРИКЛАДНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ГИДРОФИЗИКИ

Б. В. Проскуряков, И. П. Спицын

### ГИДРАВЛИКА ОРОСИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ГРАДИРНИ, ОБОРУДОВАННОГО ВОДОСБОРНЫМИ ЖЕЛОБАМИ

В статье рассматривается вопрос о замене существующих деревянных и шиферных щитов оросителя градирни пластмассовыми, а также оборудование щитов специально разработанными водораспределительными и водосборными желобами. Работа основана на материалах лабораторных исследований, проведенных авторами на кафедре водных исследований ЛГМИ. Авторами приводится гидравлический расчет толщины пленки на щитах, размеры лотков, обеспечивающих равномерное распределение поступающей на щит воды и бескапельный сбор ее при заданной плотности орошения.

Основными факторами, существенно влияющими на эффект охлаждения оборотной воды в градирне, является скорость протекания воздуха над водной охлаждаемой поверхностью и величина этой поверхности при заданной плотности орошения. Поэтому наряду с увеличением площади соприкосновения воздуха с водной поверхностью следует стремиться увеличивать скорость протекания воздуха в градирне. Увеличение скорости воздушного потока при неизменных размерах и форме градирни можно достичь уменьшением ее общего аэродинамического сопротивления. В целях уменьшения общего аэродинамического сопротивления градирни можно увеличить размер входных отверстий — окон, расположенных по периферии основания градирни, через которые воздух поступает в нижнюю ее часть. Для возможного регулирования воздуха на входе в ороситель следует значительно расширить пространство между нижней частью оросителя и бассейном градирни (рис. 1).

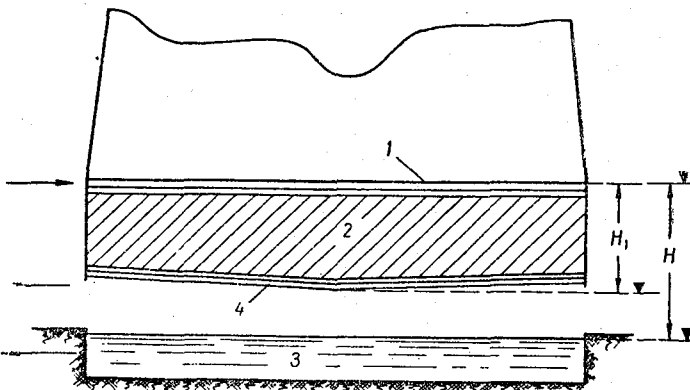


Рис. 1. Схема нижней части градирни:

1 — распределительные лотки, 2 — ороситель, 3 — бассейн, 4 — сборные лотки

Все увеличивающиеся размеры градирен (в плане) приводят к дальнейшему росту воздушного сопротивления за счет ухудшения условий входа воздушного потока в градирню. Это влечет за собой также увеличение либо размеров вытяжной башни градирни, либо высоты подоросительного пространства.

Осуществление этих мероприятий затрудняется необходимостью увеличения действующего на градирню напора  $H$ , равного, как это видно из рис. 1, расстоянию от горизонта воды в бассейне до горизонта воды в распределительных лотках. Мощность насосов и пропорциональная ей энергия, необходимая на водооборот, составляет

$$N = 10Q(H + \Delta H), \quad (1)$$

где  $Q$  — расход воды, циркулирующей через градирню,  
 $\Delta H$  — потери напора в циркуляционной сети.

Согласно формуле (1), становится ясным, почему конструктор градирни отказывается от расширения пространства под оросителем с целью сооружения воздухо-распределительных устройств и увеличения входных окон. За каждый метр дополнительного напора  $H$  (при мощности электростанции 100 000 кВт и стоимости киловатт-часа, равной 1 коп.) расходы составляют около 5000 руб. в год. Как видно, сумма непроизводительных затрат на дополнительный напор, перекрывающий подоросительное пространство, где эффект охлаждения ничтожен, составляет большую величину. Понятно, что конструктор вынужден снижать высоту подоросительного пространства даже ценой ухудшения работы воздушного тракта.

Решение этих трудностей возможно путем изменения основных конструктивных элементов градирни таким образом, чтобы увеличение высоты подоросительного пространства не было бы связано с увеличением действующего напора циркуляционных насосов. Настоящая работа посвящена вопросу изучения гидравлики и аэродинамики оросительного устройства, оборудованного сборными желобами такой конструкции, которая позволила бы снизить действующий напор  $H_1$  (см. рис. 1) циркуляционных насосов почти на всю высоту подоросительного пространства градирни. Освободившись от привязанности к лежащему в основании градирни бассейна, появится возможность поднять ороситель на экономически несдерживаемую высоту, использовать подоросительное пространство под размещение любых воздухо-направляющих конструкций, обеспечивающих лучшие аэродинамические условия входа воздушного потока в оросительное устройство, и увеличить высоту входных окон.

Для решения поставленной задачи намечено было отыскать обладающий достаточной гидрофильностью материал, из которого можно создать щиты пленочного оросителя компактной конструкции. Далее, найдя возможность создавать нужной толщины устойчивую пленку воды на щитах и собирать ее бескапельным способом, необходимо было в лабораторных условиях изучить гидравлику и аэродинамику фрагмента оросительного устройства, оборудованного сборными желобами.

Основные требования, которые предъявляются к материалу для изготовления щитов пленочного оросителя, являются: гидрофильность, термостойкость, легкость и прочность, долговечность эксплуатации и сравнительно небольшая стоимость. Экспериментальное изучение ряда материалов показало, что перечисленными выше требованиями обладают в большей мере текстолит, гетинакс и слоистый пластик (ГОСТ 9590—61). Последний является более дешевым в изготовлении

и более перспективным материалом для изготовления щитов пленочного оросителя. В лабораторных условиях слоистый пластик с матовой поверхностью применялся в виде листов  $150 \times 100 \text{ см}^2$  и толщиной  $1,5 \div 2 \text{ мм}$ .

Неразбрызгивающее водораспределительное устройство было сконструировано таким образом, что пленку, достаточно равномерную по всей поверхности щита с двух сторон, можно было получить, не теряя на это верхней его части. Водораспределительные желоба такого устройства (рис. 2) изготовлялись из оцинкованного железа. Щелевые боковые водосливчики обеспечивают распределение подаваемой с двух сторон в желоб воды таким образом, что пленку достаточно равномер-

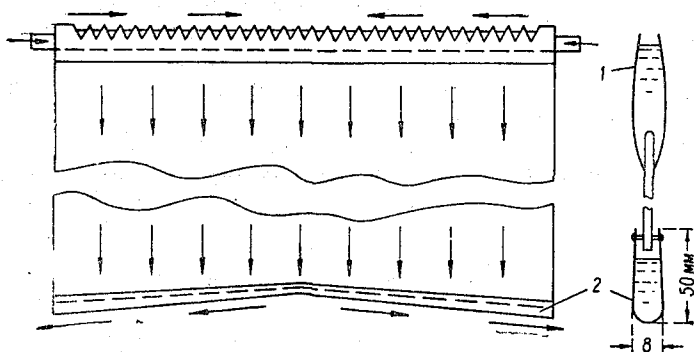


Рис. 2. Схема щита пленочного оросителя с распределительными (1) и сборными (2) желобами.

ную в зависимости от плотности орошения можно получить толщиной  $h_0 = 0,05 \div 0,5 \text{ мм}$ . Форма оросительного желоба и ширина его подобраны такими, чтобы они обеспечивали равномерную и достаточную подачу воды по всей ширине щита с двух сторон и в наименьшей мере сжимали бы движущийся поток воздуха, оказывая наименьшее аэродинамическое сопротивление его движению. При ширине желоба, равной  $8 \text{ мм}$ , и глубине  $h_1 = 3,5 \text{ см}$ , угле выреза боковых водосливчиков  $\varphi = 25 - 30^\circ$  и уклоне наимизших отметок водосливчиков  $i = 0,001$  изменением напора в желобе можно регулировать расход воды через боковые водосливчики в пределах  $q' = 0,08 \div 0,85 \text{ см}^2/\text{сек}$  ( $q'$  — расход на  $1 \text{ см}$  смоченного периметра щита), соответствующий требуемой толщине пленки  $h_0$  при заданной плотности орошения  $q$  и расстоянии между щитами в свету.

В связи с проблемой пленочных оросителей, которые обеспечивают более высокую степень охлаждения воды, чем оросители других типов, особый интерес представляет изучение гидравлического режима течения тонкой пленки. Течение тонких пленок воды под действием силы тяжести представляет такой случай течения, в котором существенную роль играют поверхностное натяжение и вязкость жидкости. Экспериментальное изучение течения производилось при стекании воды под действием силы тяжести по вертикальному щиту (см. рис. 2), изготовленному из слоистого пластика. Опытным путем установлено, что при  $q' = 0,08 \div 0,85 \text{ см}^2/\text{сек}$  режим течения во всех случаях наблюдался ламинарным. Это можно было наблюдать визуально по пущенной на пленку краске, которая, подкрашивая отдельные струйки пленки, показывала, что они полностью не перемешиваются с основным по-

током. Ламинарность режима течения также подтверждалась величиной чисел Рейнольдса, подсчитанной по выражению

$$Re = \frac{\bar{v} h_0}{\nu} = \frac{q'}{\nu}, \quad (2)$$

где  $\bar{v}$  — средняя скорость по сечению пленки,  
 $h_0$  — средняя толщина пленки,  
 $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости.

В выполненных опытах при  $q' = 0,08 \div 0,85 \text{ см}^2/\text{сек}$  числа Рейнольдса изменялись в диапазоне от 9 до 95, что, согласно [3, 5], свидетельствует о ламинарности режима.

Здесь необходимо отметить, что при  $Re < 20 \div 30$  ( $q' = 0,25 \text{ см}^2/\text{сек}$ ) наблюдается обычный режим вязкого течения жидкости с постоянной толщиной пленки. При  $Re > 20 \div 30$  ( $q' > 0,25 \text{ см}^2/\text{сек}$ ) возникает волновой режим течения, при котором в пленке наряду с поступательным движением возникает волновое движение.

Из приведенных в табл. 1 значений чисел  $Re$  при различных плотностях орошения и нескольких расстояниях между щитами в оросителе видно, что они не превышают критического значения  $Re_{кр} = 600$  [5].

Таблица 1

Основные гидравлические характеристики пленки воды

Плотность орошения $q, \text{ м}^3/\text{час м}^2$	Расстояние между щитами оросителя											
	20 мм				30 мм				45 мм			
	$q', \text{ см}^2/\text{сек}$	$h_0, \text{ мм}$	$\bar{v}, \text{ см}/\text{сек}$	Re	$q', \text{ см}^2/\text{сек}$	$h_0, \text{ мм}$	$\bar{v}, \text{ см}/\text{сек}$	Re	$q', \text{ см}^2/\text{сек}$	$h_0, \text{ мм}$	$\bar{v}, \text{ см}/\text{сек}$	Re
3	0,09	0,14	6,50	10	0,13	0,15	8,50	14	0,20	0,18	11,3	22
6	0,19	0,18	11,0	21	0,26	0,19	13,5	29	0,40	0,23	18,0	44
9	0,28	0,20	14,0	31	0,39	0,22	17,8	43	0,60	0,26	23,5	67
12	0,37	0,22	17,0	41	0,52	0,25	21,4	58	0,80	0,29	28,5	89

Следовательно, в практике пленочных оросителей всегда имеет место ламинарный режим течения пленки.

Помимо изучения режима течения пленки при различных расходах  $q'$  опытным путем, было произведено измерение величины поверхностной скорости стекания пленки  $v_{пов}$  и средней ее толщины  $h_0$ . Результаты этих измерений представлены на графиках (рис. 3), где величина измеренной поверхностной скорости пленки  $v_{пов}$  и ее средняя толщина  $h_0$  представлены в зависимости от величины элементарного расхода  $q'$ . На графике также показана кривая  $h_0 = f(q')$ , рассчитанная по формуле [3]

$$h_0^3 = \frac{3\nu q'}{g} \phi, \quad (3)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\phi = 0,8$  постоянная величина, полученная теоретически [3] и подтвержденная экспериментально [12].

Как видно из графика, значения для  $h_0$ , полученные опытным путем, достаточно хорошо согласуются со значениями, рассчитанными по формуле (3). Некоторый разброс точек можно объяснить небольшой относительной точностью измерения и значительным волнением на поверхности пленки. Полученное подтверждение теоретической кривой

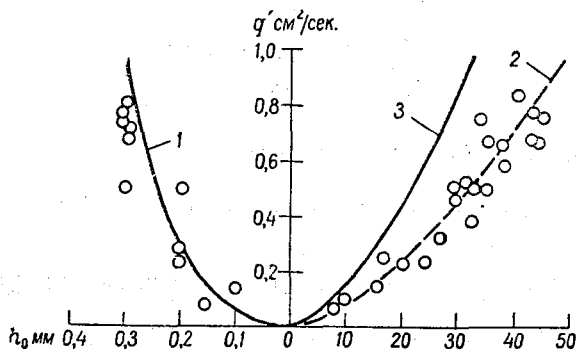


Рис. 3. Связь средней толщины (1), поверхностной (2) и средней (3) скорости пленки с элементарным расходом.

дает возможность в дальнейшем расчетным путем по элементарному расходу  $q'$  при заданной плотности орошения  $q$ , пользуясь уравнением (3), определять толщину пленки  $h_0$ . Зная  $h_0$ , среднюю скорость стекания пленки можно определить по формуле

$$\bar{v} = \frac{q'}{h_0}. \quad (4)$$

Сравнивая, таким образом, полученные значения  $\bar{v}$  со значениями измеренной в опытах поверхностной скоростью  $v_{\text{пов}}$ , на графике (рис. 3) видно, что средняя скорость  $\bar{v}$  составляет примерно  $2/3$  от поверхностной скорости, т. е.

$$\bar{v} \approx \frac{2}{3} v_{\text{пов}}. \quad (5)$$

Такое же примерно соотношение средней и поверхностной скоростей наблюдается в случае ламинарного течения жидкости со свободной поверхностью [1]. Следовательно, течение тонкой пленки воды является частным случаем движения под действием силы тяжести.

Экспериментальным путем далее установлено, что бескапельный сбор стекаемой со щита пленки можно осуществить с помощью сборного желоба, размеры и форма поперечного сечения которого показаны на рис. 2. Размеры сборного желоба при возможно меньшем уклоне его  $i_0$  подобраны такими, что они обеспечивают бескапельный сбор пленки для требуемых значений расхода  $q'$ . Форма желоба подобрана такой, чтобы он хорошо был обтекаем воздушным потоком, оказывая наименьшее аэродинамическое сопротивление его движению.

Расчет основных гидравлических параметров такого желоба (уклона и глубины) при заданной ширине его и требуемой величине стекаемого со щита расхода с единицы ширины  $q'$  можно произвести, если численно проинтегрировать дифференциальное уравнение неравномерного движения жидкости в прямоугольном лотке с равномерно изменяющимся расходом по пути [4]

$$\frac{dh}{dQ_0} = \frac{agh^3 - 2Q_0h}{gh - Q_0^2}, \quad (6)$$

где  $h$  — глубина воды в желобе (см),

$Q_0 = \frac{Q}{b}$  — расход на единицу ширины желоба (см<sup>2</sup>/сек),

$a = \frac{i_0}{q'}$  — постоянная величина (сек/см) при заданном уклоне желоба  $i_0$  и расходе стекаемого с единицы ширины щита  $q'$ , отнесенного к единице ширины желоба  $q'_0$ .

График решения уравнения (6) в пределах  $Q_0$  от 0 до 50 см<sup>2</sup>/сек и глубине на выходе из желоба  $h_k = 4,5$  см представлен на рис. 4. Кривые на этом рисунке построены по методу конечных разностей для шести значений  $a$  от 0 до 0,1 при расходе на выходе из желоба  $Q_{\text{ок}} = 50$  см<sup>2</sup>/сек. С помощью графика (рис. 4) представляется возможным при заданной ширине и уклоне желоба для требуемого расхода воды на выходе построить кривую свободной поверхности по всей длине желоба, пересчитав расходы  $q'$  на длину  $l$  от начала желоба

$$l = \frac{Q_0}{q'_0}. \quad (7)$$

Кривая свободной поверхности позволяет определить глубину водосборного желоба по всей его длине.

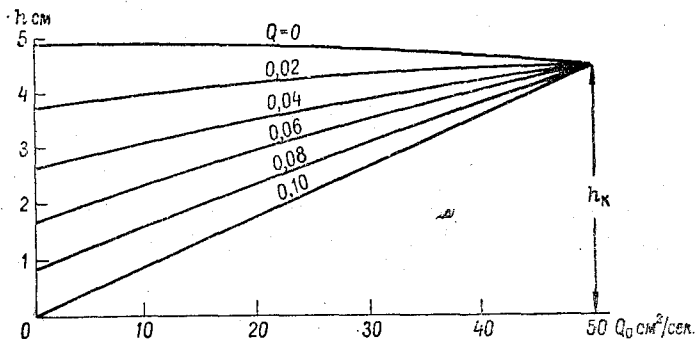


Рис. 4. График решения уравнения (6).

Дальнейшее изучение гидравлики сборных желобов и лотков, собирающих воду из них, а также определение величины аэродинамического сопротивления оросителя, оборудованного сборными желобами и лотками, производилось на специальной установке. Эксперименталь-

ная установка (рис. 5) состояла из небольшой градирни, в которой помещался фрагмент пленочного оросителя, вентиляторной установки, системы, обеспечивающей водооборот, и бассейна для сбора воды.

Фрагмент пленочного оросителя площадью  $1 \times 1 \text{ м}^2$  состоял из 21 вертикально поставленного щита размером  $1500 \times 1000 \text{ мм}^2$  с расстоянием в свету  $45 \text{ мм}$ . Щиты изготовлены из слоистого пластика толщиной  $2 \text{ мм}$ . Каждый щит был оборудован оросительным и сборным желобами так, как это описывалось выше. Уклон сборных желобов, согласно уравнению (6), был принят равным  $i_0 = 0,08$ . Средняя ширина  $b = 0,8 \text{ см}$ , глубина в начале желоба  $h_n = 2,5 \text{ см}$ , в конце  $h_k = 5 \text{ см}$  (при уклоне желоба, равном нулю, глубина его должна быть равной  $5 \text{ см}$  по всей длине).

Все щиты с помощью деревянных брусков были смонтированы в пачку, которая в градирне крепилась на опорах. Верхние опоры являлись одновременно подводящими водораспределительными лотками, из которых вода поступала в оросительные желоба, а нижние — сборными лотками, в которые вода поступала из сборных желобов.

Водоподводящее устройство при данном количестве щитов, при толщине пленки воды на щитах от  $0,1$  до  $0,3 \text{ мм}$ , позволяло устанавливать плотность орошения в нужных пределах, которые при заданном выше расстоянии между щитами оросителя соответствовали бы принятым в практике параметрам. Неразбрызгивающее водораспределительное устройство сконструировано таким образом, что в сочетании с оросителем, в котором разбрызгивание сведено до минимума, позволило собирать полностью стекающую со щитов пленку воды сборными желобами в сборные лотки. Расчет сборных лотков на максимально возможную плотность орошения производился тем же способом, что и расчет сборных желобов, т. е. решением уравнения (6). Согласно этому уравнению, ширина сборных лотков была принята равной  $8 \text{ см}$ , глубина  $6 \text{ см}$ , уклон  $i_0 = 0,01$ . Как показали опыты, расход воды при плотности орошения  $q = 7,2 \text{ м}^3/\text{час} \cdot \text{м}^2$  вполне проходил при расчетных параметрах сборных желобов и лотков. Из сборных лотков вода поступала в водосборный канал лаборатории.

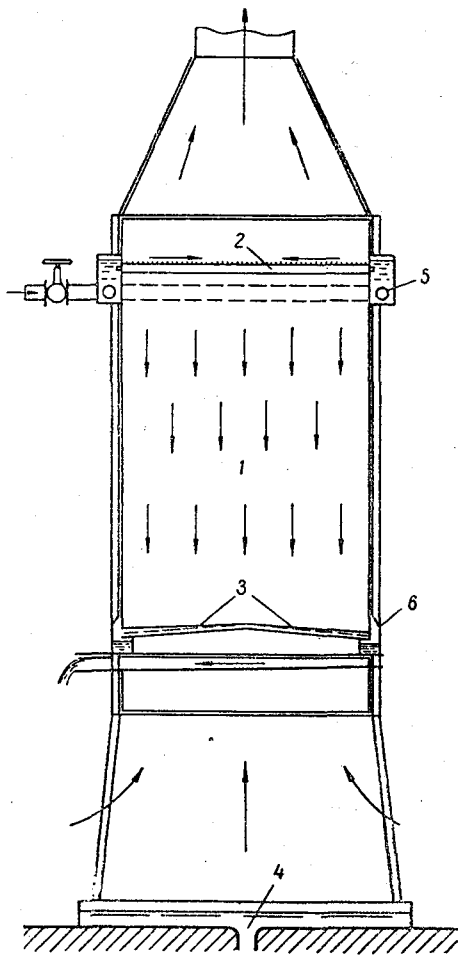


Рис. 5. Схема установки для изучения гидравлики и аэродинамики оросителя градирни, оборудованного сборными желобами.

1 — щит оросителя, 2 — распределительный желоб, 3 — сборные желоба, 4 — сборный бассейн, 5 — распределительные лотки, 6 — сборные лотки

В опытах с неорганизованным сбором воды, стекающей со щитов в виде дождя в подоросительном пространстве, она собиралась водосборным бассейном градирни.

Воздух на установку подавался посредством центробежного электровентилятора типа ЭВР-6. Средняя скорость в градирне в выполненных опытах практически оставалась постоянной и составляла в среднем 3,4 м/сек.

Согласно [6], коэффициент сопротивления практически не зависит от скорости воздушного потока, поэтому опыты выполнялись при неизменной скорости воздушного потока, но при различной плотности орошения.

Как видно из табл. 2, она изменялась от нуля (сухой ороситель) до 7,2 м<sup>3</sup>/час·м<sup>2</sup>.

Статическое давление воздушного потока измерялось в двух сечениях экспериментальной градирни, расположенных в начале и конце рабочего участка (над и под оросителем).

Коэффициент сопротивления оросителя во всех случаях подсчитывался по обычной формуле

$$\zeta = \frac{\Delta P}{\frac{\omega^2 \gamma}{2g}}, \quad (8)$$

где  $\Delta P$  — измеренное падение давления в оросителе (створ 1—2) мм (или кг/м<sup>2</sup>) водного столба,

$\omega$  — скорость воздуха в оросителе, отнесенная к незаполненной части градирни,

$\gamma$  — удельный вес воздуха, кг/м<sup>3</sup>,

$g$  — ускорение силы тяжести, м/сек<sup>2</sup>.

Таблица 2

Коэффициент аэродинамического сопротивления оросителя

Плотность орошения $q$ , м <sup>3</sup> /час·м <sup>2</sup>	Расход на 1 см щита $q'$ , см <sup>3</sup> /сек	Толщина пленки $h_0$ , мм	Средняя скорость стекания пленки $\bar{v}$ , см/сек	Коэффициент сопротивления оросителя			
				со сборными желобами		без сборных желобов	
				на всю высоту	на 1 м высоты	на всю высоту	на 1 м высоты
без воды	—	—	—	1,50	1,00	1,12	0,75
3,00	0,206	0,14	12,0	1,49	1,00	—	—
4,66	0,321	0,21	19,3	1,52	1,01	—	—
7,20	0,495	0,24	20,7	1,49	1,00	1,92	1,28

Из табл. 2 видно, что коэффициент сопротивления испытываемого сухого оросителя, оборудованного сборными желобами (размером в плане 1,0 × 1,0 м<sup>2</sup> и расстоянием между щитами, равным 45 мм, высотой 1,5 м при вертикальном расположении щитов) составляет  $\zeta = 1,0$ . Коэффициент сопротивления  $\zeta$  смоченного оросителя при различных толщинах пленки почти не отличается от  $\zeta$  для сухого оросителя. Специальная серия опытов была посвящена определению коэффициента.



сопротивления оросителя при снятых сборных желобах, т. е. с дождем в подоросительном пространстве. Как видно из табл. 2,  $\xi$  увеличивается при этом на 30%.

Необходимо также отметить, что благодаря такой конструкции оросительного устройства, в котором почти отсутствует разбрызгивание, вынос капель воды воздушным потоком, при столь большой скорости его, в выполненных опытах не наблюдался.

Выполненные исследования открывают возможность устранить неорганизованный спадающий дождем с оросителя водный поток, создающий дополнительное аэродинамическое сопротивление и практически не дающий теплосъема. Появляется возможность реальной борьбы с обледенением градирен в зимнее время и, что самое важное, по-настоящему может быть решен вопрос аэродинамического регулирования воздушного потока, входящего в ороситель.

Создание устройства, организующего сбор воды сразу же по выходе с оросителя, позволит избежать непроизводительных эксплуатационных затрат на бесполезную холостую перекачку воды от сборного бассейна до низа оросителя.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. Н. Динамика русловых потоков. Гидрометеонздат, Л., 1962.
2. Капица П. Л. и Капица С. П. ЖЭТФ, 19, 1949.
3. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд. АН СССР, М., 1952.
4. Маккавеев В. М. и Коновалов И. М. Гидравлика. Речиздат, М.—Л., 1940.
5. Павловский Н. Н. Собрание сочинений, т. 1. Изд. АН СССР, М., 1955.
6. Фарфаровский Б. С. Проектирование охладителей для систем производства водоснабжения. Гос. издат. лит. по строительству и архитектуре. М.Л., 1960.

В. В. Гончаров

## РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕНА В ВОЗДУХОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ГРАДИРЕН

Существующий технологический метод расчета охлаждения воды в градирнях основан на учете теплообмена в оросительном устройстве — как основной зоны охлаждения воды. На основе проведенного анализа капельного потока получена возможность дополнить технологический расчет градирен введением величины теплообмена в воздухораспределительном пространстве.

Использование на тепловых и атомных электростанциях, в ряде промышленных предприятий системы оборотного водоснабжения с применением градирен нередко оказывается технически и экономически более выгодным по сравнению с другими типами охладителей.

Выбор типа градирни в каждом случае должен включать подробное технико-экономическое сравнение ее вариантов, так как недоучет какого-либо условия работы охладителя приведет к увеличению стоимости сооружения и эксплуатации и, тем самым, удорожанию киловатта установленной мощности.

Основой для выбора оптимального варианта градирни и ее элементов являются результаты технологического расчета, ведущегося с помощью электронно-вычислительных машин (ЭВМ). Исходными данными расчета на ЭВМ для каждого типа градирен являются: температуры охлажденной воды, метеорологические условия, гидравлические и тепловые нагрузки, элементы конструкции.

В технологический расчет градирен вводится теплообмен в оросительном устройстве — основной зоны охлаждения воды. Однако определенное влияние на охлаждение воды оказывает водный поток вне зоны оросителя: в факеле разбрызгивания и в воздухораспределительном пространстве. Охлаждение воды в отмеченных зонах теплообмена составляло определенный запас, величину которого можно определить лишь при наличии коэффициентов тепло- и массоотдачи капель, составляющих капельный поток в этих зонах.

Для определения величины охлаждения воды в первом приближении можно использовать данные экспериментальных гидротермических исследований капельных потоков градирен, проведенных автором на опытной установке [3].

На рис. 1 а приведен график зависимости объемных коэффициентов массоотдачи от скорости воздушного потока и гидравлической нагрузки (плотности орошения). Дополнительный график поправок на коэффициент  $\beta_{ху}$  (рис. 1 б) учитывает изменение значений коэффициента  $\beta_{ху}$  в зависимости от среднего диаметра капель, составляющих

капельный поток. Воспользуемся этими данными для подсчета величины теплообмена между капельным и воздушным потоками в воздухо-распределительном пространстве градирен.

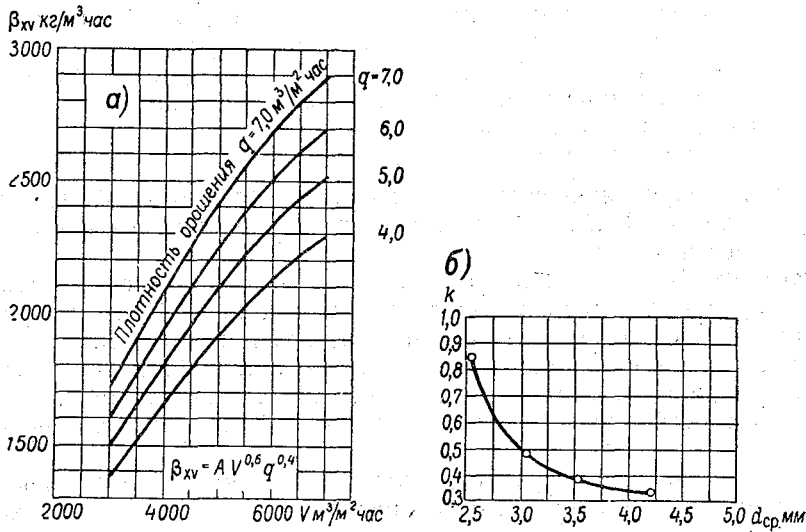


Рис. 1. График объемных коэффициентов массоотдачи для капельного потока, состоящего из капель диаметром 2,5 мм (осреднение по поверхности) — а; график поправочных коэффициентов на диаметр капель — б.

Наиболее близкими к теоретической схеме рассматриваемого процесса являются исследования теплообмена в пленочных оросителях при противотоке вода — воздух, выполненные Б. В. Проскураковым [4], и работа Д. Н. Бибикова [2] по анализу теплообмена в оросителях при поперечном токе.

Для расчета теплообмена в оросительном устройстве градирен при поперечном токе вода — воздух Д. Н. Бибиков получил следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \lambda (t - \theta), \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta (p_m - p), \quad (2)$$

$$-\frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial \theta}{\partial x} + \beta \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (3)$$

где

$$a = \frac{1,1 \cdot b \cdot V}{p(n + b)},$$

$$\beta = \frac{1,99 \cdot b \cdot V}{p(n + b)},$$

$$\lambda = \frac{142 \cdot 10^{-4} (V + 0,54)}{b \cdot V},$$

$$\eta = \frac{574 \cdot 10^{-5} (V + 1,63)}{b \cdot V},$$

здесь  $t, \theta$  — температура воды и воздуха, °С,

$p_m$  — упругость паров, насыщающих воздух при температуре воды рассматриваемого отсека, мм рт. ст.,

$p$  — упругость паров, находящихся в воздухе, мм. рт. ст.,

$b$  — расстояние между орошаемыми поверхностями, м,

$n$  — толщина щита, м,

$V$  — скорость воздуха, м/сек.

Решая полученную систему уравнений методом графического интегрирования Д. Н. Бибииков получает распределение температур воды при перекрестном токе.

Этот метод в значительной мере отвечает процессу теплообмена в воздухораспределительном пространстве градирен. Однако, принимая во внимание использование объемных коэффициентов тепло- и массоотдачи, а также то обстоятельство, что эти коэффициенты отнесены к влагосодержанию воздуха, теоретическая схема анализа, с учетом отмеченных особенностей, в нашей задаче была принята несколько иной.

Выделим в воздухораспределительном пространстве некоторый элементарный объем  $dx, dy, dz$  и предположим, что в нем находится определенный объем воды в виде капель, с поверхности которых происходит теплосъем. Рассмотрим тепловое состояние этого объема.

Согласно выбранной схеме, можно заметить, что сверху вниз по оси  $z$  через выделенный объем  $dx, dy, dz$  протекает капельный поток с плотностью орошения  $q$  м<sup>3</sup>/м<sup>2</sup>час. По оси  $y$  (от входных окон градирни) проходит воздух, который в результате теплообмена конвекцией и испарения, охлаждает капельный поток. Имея данную схему охлаждения, можно перейти к составлению расчетных зависимостей.

Вывод расчетных зависимостей теплообмена в воздухораспределительном пространстве аналогичен расчетным методам, принятым в работах Б. В. Проскурякова и Д. Н. Бибиикова. Отмечая, что в указанных работах динамическая и методологическая части изложены достаточно подробно, в данном случае ограничимся лишь приведением расчетных уравнений, которые могут быть представлены в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\beta_{xv}}{3600 \cdot \gamma_b \cdot V} (f_m - f), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\alpha_v}{3600 \cdot \gamma_b \cdot c_p \cdot V} (t - \theta), \quad (5)$$

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{3600 \cdot \gamma_b \cdot c_p \cdot V}{\gamma \cdot c \cdot q} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{3600 \cdot V \cdot r \cdot \gamma_b}{\gamma \cdot c \cdot q} \cdot \frac{\partial f}{\partial y}, \quad (6)$$

где  $\beta_{xv}$  — объемный коэффициент массоотдачи, кг/м<sup>3</sup>час (кг/кг),

$\alpha_v$  — объемный коэффициент теплоотдачи, ккал/м<sup>3</sup>час,

$\omega$  — объем расчетного отсека воздухораспределителя, м<sup>3</sup>,

$f_m$  — влагосодержание воздуха при температуре насыщения, кг/кг,

$f$  — влагосодержание воздуха при температуре окружающей среды, кг/кг,

остальные обозначения указаны выше.

С помощью приведенного графика (см. рис. 1) зависимости объемного коэффициента  $\beta_{ху}$  от плотности орошения, скорости воздуха и диаметра капель и, используя приведенные расчетные зависимости, можно определить теплоотдачу капельного потока в воздухоораспределительном пространстве градирен.

Здесь следует отметить, что в рассматриваемой зоне теплообмена движение водного и воздушного потоков несколько отличается от протivotока. Это обстоятельство можно учесть, если сетку линий токов строить по направлению воздушного потока и оперировать в расчете развернутой поверхностью капель, как это было предложено Б. В. Проскуряковым [5].

В этом случае можно пользоваться действительной (путевой) скоростью воздуха в рассматриваемом отсеке, но известную трудность использования этого способа анализа теплообмена представляет определение поверхности капель, составляющих капельный поток. Выбранная расчетная схема предусматривает использование объемных коэффициентов тепло- и массоотдачи, что исключает необходимость определения водной поверхности. Объемные коэффициенты получены с учетом собственной скорости капель на пути их полета, и график (рис. 1) построен только в зависимости от скорости воздушного потока. Поэтому определяя скорость воздуха по исходным данным так, как это будет отмечено ниже, можно в первом приближении использовать предложенную схему расчета.

В качестве примера оценим тепловой режим в воздухоораспределительном пространстве башенной градирни площадью  $S = 1150 \text{ м}^2$  с беступенчатым оросителем.

Градирня в плане представляет круг радиусом 19 м. Высота входного окна равна 4 м. При анализе теплообмена в воздухоораспределительном пространстве рассмотрим его часть, представляющую в плане сектор с центральным углом  $3^\circ$  и по высоте, равной величине входных окон, т. е. 4 м. На рис. 2 приводится выделенный сектор (план и вид сбоку).

Используя данные по распределению скоростей воздуха на выходе из оросительного устройства, полученные при натурных исследованиях градирен, и эпюру распределения скоростей воздуха на входе в градирню, а также, зная плановые и высотные размеры выделенной части воздухоораспределителя, построим сетку линий тока воздуха. Произвольно делим на ряд отрезков верхнюю часть рассматриваемой зоны и, согласно постоянству расхода для каждой выделенной части воздухоораспределителя, определяем распределение линий тока воздуха на входе в градирню. Расположив сетку линий тока таким образом, как это показано на рис. 2, можно перейти к тепловому расчету.

В случае решения задачи теплообмена между капельным потоком и воздухом в воздухоораспределителе отметим следующие допущения:

1. Теплообмен между капельным потоком и воздухом в рассматриваемом случае может быть принят мало зависящим от направления воздушного потока по отношению к направлению движения капельного потока, так как форма капель, составляющих капельный поток, близка к шарообразной.

2. В расчете учитывается только скорость воздуха и не принимается во внимание собственная скорость капель, так как она учитывается при определении коэффициентов тепло- и массоотдачи.

3. Имея в виду, что значения коэффициентов тепло- и массоотдачи получены при максимальном расходе воздуха порядка  $8000 \text{ м}^3/\text{м}^2\text{час}$ , в расчете теплообмена в воздухоораспределительном пространстве, где

расходы воздуха могут быть и выше, значения коэффициентов  $\beta_{XV}$  берутся для  $8000 \text{ м}^3/\text{м}^2\text{час}$ , т. е. получаются несколько заниженными.

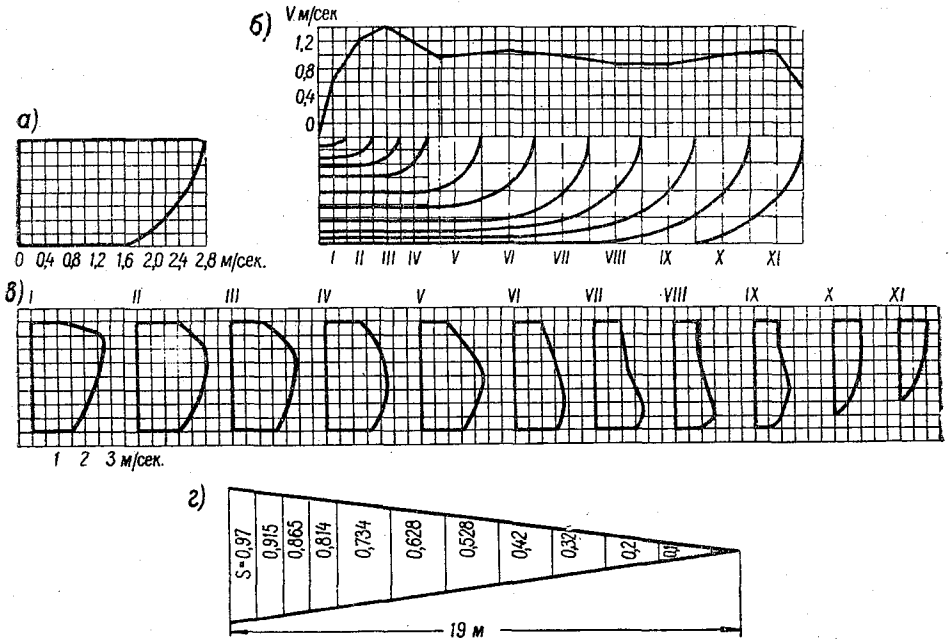


Рис. 2. Эпюры распределения скорости воздушного потока на входе в градирню (а); линии тока воздуха в воздухораспределительном пространстве и эпюра распределения скорости воздушного потока на выходе из оросительного устройства (б); эпюры скоростей в расчетных створах (в); расчетный сектор (г).

Для расчета теплообмена необходимо задаться начальными условиями, которые в данном случае, с учетом определенного приближения к натурным условиям, были выбраны следующими:

- 1) температура входящего воздуха  $\theta = 20^\circ\text{C}$ ,
- 2) влажность входящего воздуха  $\phi = 60\%$ ,
- 3) начальная температура воды (одинаковая по радиусу градирни)  $t_1 = 25^\circ\text{C}$ ,

4) плотность орошения  $q = 7 \text{ м}^3/\text{м}^2\text{час}$ ,

5) скорость воздушного потока задана эпюрами распределения скоростей на входе в градирню и на выходе из оросительного устройства, согласно данным лабораторных и натуральных исследований,

6) осредненный диаметр капель, образующихся при стекании воды со щитов оросительного устройства, принят (по данным Л. Д. Бермана [1]), равным 5 мм.

Тепловой расчет ведется с помощью графического приема интегрирования. Разбивая выделенный сектор на ряд горизонтальных (по направлению входа воздуха) и ряд вертикальных (по направлению капельного потока) отсеков, как это показано на рис. 2, вычисляем из

уравнений (4), (5) значения  $\left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_{y=0}$ ,  $\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{y=0}$  и, далее, подставляем их значения в уравнение (6), определяя тем самым значение  $\left(\frac{\partial t}{\partial z}\right)_{z=0}$ . Скорость в выделенных отсеках определяется эпюрами

распределения, вычисленным по значениям скоростей входа воздуха и выхода его из оросительного устройства, а также согласно распределению линий токов в воздухоораспределителе (см. рис. 2). Здесь же приводятся эпюры распределения скоростей по выбранным вертикалям. Объем расчетного отсека определяется по геометрическим размерам воздухоораспределителя, согласно рис. 2. Значения влагосодержания воздуха  $f$  и  $\gamma_v$  определяются по начальным данным и соответствующим таблицам. Объемные коэффициенты тепло- и массоотдачи — по графику на рис. 1.

Расчет ведется с первого вертикального ряда верхнего отсека. По исходным данным и уравнениям (4, 5, 6) подсчитываем значения  $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ ,  $\frac{df}{dy}$ ,  $\frac{\partial t}{\partial z}$ . Их значения определяют изменение параметров воды и воздуха в пределах первого отсека и являются, в свою очередь, исходными данными для расчета соседних отсеков. Далее подсчитываем значения переменных уравнений (4), (5), (6) во втором сверху отсеке первого вертикального ряда. Переходя таким образом от второго к третьему отсеку и т. д., получим распределение температуры воды, температуры и влагосодержания воздуха в пределах выделенного объема воздухоораспределителя. Наиболее значительное изменение параметров характерно на участке входа воздушного потока, что объясняется более значительными градиентами температур воды и воздуха. Далее, по мере продвижения воздуха к центру градирни его температура и влажность растут, что приводит к замедлению процесса теплообмена между воздухом и капельным потоком. На рис. 3 приво-

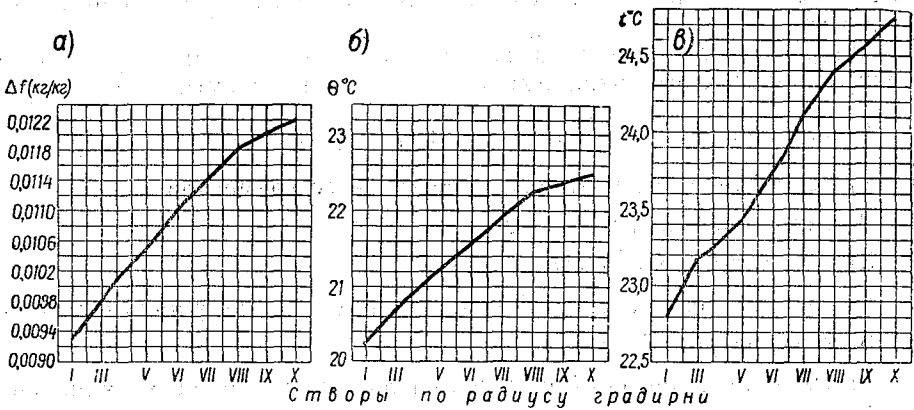


Рис. 3. Изменение параметров воды и воздуха по радиусу градирни.

а — влагосодержания воздуха, б — температуры воздуха, в — температуры охлажденной воды

дятся графики, характеризующие изменение параметров воды и воздуха. Графики построены по средним для каждой вертикали значениям температуры воздуха и его влагосодержания и по температуре охлажденной воды. Они достаточно наглядно дают возможность проследить изменение основных характеристик теплообмена в воздухоораспределителе.

Для суждения об охладительном эффекте в целом необходимо знать осредненные значения определяющих параметров теплообмена для градирни и прежде всего температуры охлажденной воды.

Среднюю температуру воды в воздухораспределителе можно подсчитать по следующей формуле:

$$t_{cp} = \frac{\sum t_i \cdot S_i}{S}$$

Подставляя в уравнение значения входящих в него компонентов, получим среднюю температуру охлажденной воды, которая оказалась равна 24°C. Подсчитанные аналогичным образом средние значения параметров воздушного потока оказались равными:

— средняя температура воздуха на входе в оросительное устройство 21,2°C,

— средняя величина влагосодержания воздуха на входе в ороситель 0,01040,

— осредненная по радиусу градирни относительная влажность 63,7%.

Следовательно, вода охлаждалась в воздухораспределителе на 1°C, при этом температура воздуха увеличивалась на 1,2°C и относительная влажность воздуха поднялась на 3,7%. Эти значения изменяются в зависимости от температуры горячей воды, температуры наружного воздуха и его влажности. Кроме того, средние значения параметров воды и воздуха в конкретных задачах практики могут значительно меняться в ту и другую сторону в связи с введением дифференцированного водораспределения, изменения скоростного режима градирни и т. п.

В результате проведенного анализа теплоотдачи капельного потока получена возможность дополнить технологический расчет градирен введением величины теплообмена в воздухораспределительном пространстве.

На рис. 4 приводится логическая программа такого расчета на электронно-вычислительной машине в виде блок-схемы.

Исходными данными для расчета градирни являются:

- 1) геометрические размеры градирни и ее элементов,
- 2) гидравлическая нагрузка,
- 3) параметры входящего воздуха,
- 4) распределение скоростей воздушного потока по расчетным зонам,
- 5) температурный перепад,
- 6) гранулометрический состав капель, составляющих капельный поток.

Требуется определить температуру охлажденной воды  $t_k$  и скорость воздуха  $V$ , при которых будет выполняться равенство силы тяги  $z$  силе сопротивления градирни  $z'$ .

Решение задачи теплообмена в оросительном устройстве градирен аналогично схеме расчета воздухораспределительного пространства в части разбивки зоны оросителя на ряд вертикальных и горизонтальных отсеков (рис. 5).

Разница заключается в направлении воздушного потока, что учитывается соответствующими системами уравнений.

Совместное решение задачи теплообмена в отмеченных зонах складывается из двух основных этапов.



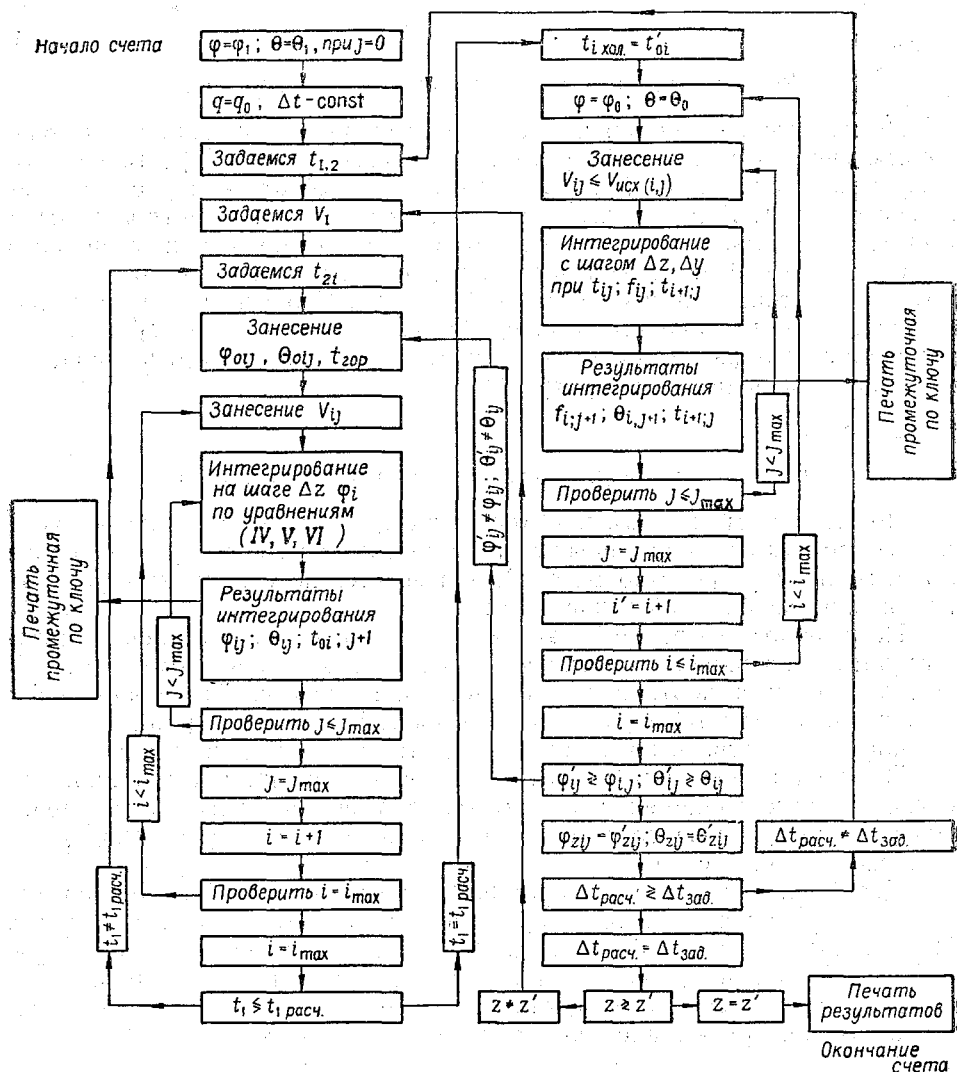


Рис. 4. Блок-схема к технологическому расчету градиен с учетом теплообмена в воздухораспределительном пространстве.

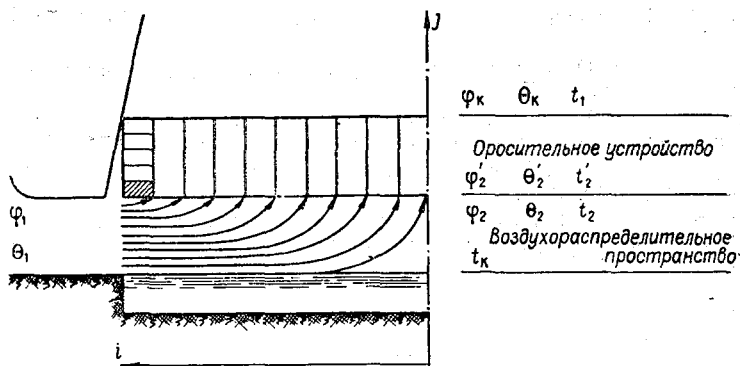


Рис. 5. Схема технологического расчета оросительного устройства градиен.

## 1 этап.

### *Расчет теплообмена в оросительном устройстве*

По начальным данным и заданной температуре охлажденной воды решаем систему уравнений противотока вода — воздух [4] для первого снизу отсека оросителя (рис. 5, заштрихованный отсек первого вертикального ряда). В результате получаем изменение параметров воды и воздуха в начальном отсеке. Расчет ведется снизу вверх от первого к последующим. Как только первый вертикальный ряд просчитали, переходим ко второму и так до последнего ряда. Первый этап расчета заканчивается определением температур охлажденной воды  $t_2'$  при выполнении начальных условий: постоянства температур горячей воды  $t_1$  и заданного перепада температур  $\Delta t$ .

## 2 этап.

### *Расчет воздухораспределительного пространства*

По исходным данным и температуре  $t_2'$  из первого этапа расчета производим вычисление конечных параметров воды и воздуха на входе в оросительное устройство  $\varphi_2, \theta_2$ . Расчет ведется по уравнениям (4, 5, 6) и согласно разобранным выше схеме.

По результатам второго этапа, имея данные параметров воздушного потока на входе в ороситель, возвращаемся к первому этапу и весь ход расчета повторяется. Расчет заканчивается при выполнении условий равенства температур и влажности воздуха на границе оросительного устройства и воздухораспределительного пространства.

Порядок вычисления и соответствующие операции при технологическом расчете градирен с учетом теплообмена и воздухораспределительном пространстве достаточно наглядно иллюстрирует приводимая блок-схема (см. рис. 4).

Дополнение технологического расчета градирен учетом теплообмена в воздухораспределительном пространстве будет способствовать более полной оценке работы градирни как промышленного охладителя, что, в свою очередь, позволит с большей уверенностью приступать к разработке новых усовершенствованных их конструкций, так и технико-экономическому сравнению градирен и ее элементов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Берман Л. Д. Испарительное охлаждение циркуляционной воды. Госэнергоиздат, М., 1957.
2. Бибиков Д. Н. О тепловом расчете пленочных градирен при поперечном токе воздуха. Известия НИИГ, т. 23, 1938.
3. Гончаров В. В. Гидродинамические исследования капельных потоков градирен. Сборник докладов по гидротехнике. Изд-во «Энергия», вып. 6, 1965.
4. Проскураков Б. В. Теория термического режима пленочной градирни. Известия НИИГ, т. 16, 1935.
5. Проскураков Б. В. Гидрофизические исследования и общая оценка мероприятий по улучшению охлаждения оборотных вод в теплоэнергетике. Технический отчет ЛГМИ. 1963.

С. И. Дмитриев

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ ПАРОВ В КАПИЛЛЯРАХ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГИГРОДИНАМИЧЕСКИХ СЕТОК И МЕТОДА ЭЛЕКТРОГИГРОДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

Излагается метод исследования передвижения паров жидкости в зоне испарения капилляра — трубки на электрических моделях и путем построения гигродинамических сеток.

В предшествующих работах [2, 3] были предприняты попытки изучить поле парциальных давлений в зоне испарения капилляра и тем самым подойти к количественной оценке интенсивности капиллярного испарения. Решение этой задачи связано со значительными трудностями.

В работе [3] показано, что общее решение дифференциального уравнения поля упругости паров жидкости в капилляре имеет довольно сложный вид, что обусловлено сложным характером краевых условий этого уравнения. Более того, для любого рассматриваемого случая в настоящее время не представляется возможным установить достаточно строго и сами краевые условия, т. е. численные значения парциальных давлений на всех границах зоны испарения капилляра. На основе теоретических представлений еще можно в первом приближении оценить характер изменения упругости паров над поверхностью пристеночной пленки жидкости в направлении оси  $oz$  капилляра, в то время как закон изменения парциальных давлений паров по радиусу капилляра в поперечном сечении, соответствующем периметру смачивания, в настоящее время выявить нельзя ни теоретически, ни путем постановки прямого эксперимента.

Однако соответствующие друг другу краевые условия для поля парциальных давлений в зоне испарения капилляра могут быть установлены путем выполнения косвенных экспериментов, основанных на аналогии процессов диффузии пара и электропроводности. Теоретическое обоснование и описание этого экспериментально-теоретического метода приводится в данной работе.

При сложных краевых условиях задачу по расчету диффузии паров воды в зоне испарения, по видимому, значительно легче решить не с помощью теоретических уравнений, а графическим путем. В данной работе рассматривается вопрос о возможности использования для решения указанной задачи метода гигродинамических сеток.

Для того чтобы не усложнять математический анализ, обоснование возможности применения этих методов исследования дано ниже на при-

мере более простого случая, а именно для случая, когда краевые условия на границах зоны испарения капилляра заданы в виде постоянных численных значений.

### 1. Графо-аналитический метод расчета диффузии паров воды в зоне испарения капилляра (метод гидродинамических сеток)

Для изучения диффузии паров воды в зоне испарения капилляра метод гидродинамических сеток уже использовался в работе [2], однако ни теоретические основы метода, ни методика построения сеток ранее описаны не были.

*Теоретические основы метода.* Рассмотрим теоретические основы методики построения гидродинамической сетки в зоне испарения цилиндрического капилляра для условий, когда внутренняя его поверхность покрыта пленкой сорбционной влаги. В этом случае интенсивность передвижения парообразной влаги в любой точке зоны испарения капилляра выражается уравнением<sup>1</sup>

$$i_{r,z} = -D_p(p_m - p_0) \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{n}} \simeq -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta \tilde{p}}{\Delta \tilde{n}}. \quad (1)$$

Полный расход парообразной влаги из капилляра выражается формулой

$$Q_{z=0} = -K_\phi 2\pi r_k D_p (p_m - p_0). \quad (2)$$

Выделим в воздушном пространстве зоны испарения капилляра (рис. 1) осесимметричный отсек  $AOBV'A'O'$ , который с помощью осевой плоскости  $roz$  разделим на две равные части. Пусть дуги  $AB$  и  $A'B'$  этого отсека равны единице, тогда число таких отсеков в капилляре будет равно величине  $2\pi r_k$ , а расход парообразной влаги через частную площадь  $ABO$ , с учетом формулы (2), определится выражением

$$Q_{z=0} / 2\pi r_k = -K_\phi D_p (p_m - p_0). \quad (3)$$

Путем проведения концентрических окружностей разобьем поток паров в секторе  $AOB$  на  $N$  число струй таким образом, чтобы во всех струях расход пара  $q_i$  был одинаков. Тогда, с учетом соотношения (3), величину расхода парообразной влаги одной струи можно выразить так:

$$q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_N = -\frac{K_\phi}{N} D_p (p_m - p_0). \quad (4)$$

Примем, что первая струя примыкает к оси  $oz$ , а последняя (струя  $N$ ) расположена непосредственно у стенки капилляра.

<sup>1</sup> См. статью «К теории диффузии влаги в капиллярах» в наст. сб.

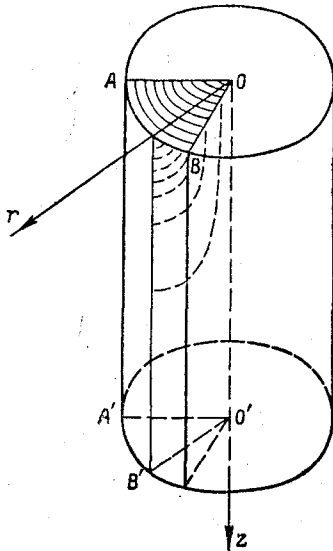


Рис. 1. Схема разбивки потока парообразной влаги в зоне испарения капилляра на струи с равными по величине расходами паров.

Сектор  $AOB$  в первом приближении будем рассматривать как треугольник, а дуги концентрических окружностей, проходящие через центры струй сектора, как отрезки прямых ( $d_i$ ), каждый из которых выражает собой среднюю толщину соответствующей струи. При этом имеет место соотношение

$$d_1 < d_2 < d_3 < \dots < d_N.$$

Принимая, что  $d_N = 1$ , и исходя из простых геометрических соотношений, запишем

$$d_i = \frac{r_i}{r_k} d_N = \frac{r_i}{r_k}, \quad (5)$$

где  $r_i$  — расстояние от начала координат (точка  $O$ ) до центра любой  $i$ -той струи в секторе  $AOB$  капилляра.

В том случае, если поле упругости паров воды в зоне испарения капилляра задано, построение гидродинамической сетки начинается с того, что в плоскости  $roz$  капилляра, на основании поля значений функции  $\tilde{p}_{r,z}$ , проводятся изолинии упругости паров воды. Затем в этой плоскости с помощью линий тока, проведенных ортогонально к изолиниям упругости паров воды, обозначаются границы пространственных струй течения пара. В результате такого построения в плоскости  $roz$  образуются криволинейные клетки. При этом линии тока пара целесообразно провести таким образом, чтобы каждые две смежные из них обозначали границы пространственных струй с одинаковыми расходами пара. Эта задача будет решена правильно, если у всех клеток сетки ширина (расстояние между смежными линиями тока) и высота (расстояние между смежными изолиниями упругости пара) будут находиться в определенном соотношении. Это соотношение устанавливается следующим путем.

Пусть для всей сетки перепад упругости паров воды между смежными изолиниями будет характеризоваться постоянной величиной  $\Delta\tilde{p} = \text{const}$ .

Тогда, с учетом выражений (1) и (5), расход пара в любой струе пространственного отсека  $AOBB'A'O'$  (см. рис. 1) можно выразить через параметры их клеток, находящихся в плоскости сечения капилляра на уровне  $z = 0$ , с помощью уравнения следующего вида:

$$q_i \cong -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_i} \cdot b_i d_i = -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_i} b_i \frac{r_i}{r_k}, \quad (6)$$

где  $\Delta\tilde{n}_i$  — высота клетки,

$b_i$  — ширина клетки.

Легко показать, что соотношения (5) и (6) при соблюдении изложенных выше требований в равной степени справедливы для любой клетки струй с одинаковыми расходами пара. Исходя из этих соображений, запишем уравнение (6) применительно к ряду клеток одной и той же струи в виде соотношения

$$\begin{aligned} q_c &\cong -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_1} b_1 \frac{r_1}{r_k} = -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_2} b_2 \frac{r_2}{r_k} = \\ &= -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_3} b_3 \frac{r_3}{r_k} = \dots = -D_p(p_m - p_0) \frac{\Delta\tilde{p}}{\Delta\tilde{n}_i} b_i \frac{r_i}{r_k}, \quad (7) \end{aligned}$$

и после выполнения элементарных преобразований получим зависимость между параметрами гидродинамической сетки следующего вида:

$$\frac{b_1}{\Delta \tilde{n}_1} \cdot \frac{r_1}{r_k} = \frac{b_2}{\Delta \tilde{n}_2} \cdot \frac{r_2}{r_k} = \dots = \frac{b_i}{\Delta \tilde{n}_i} \cdot \frac{r_i}{r_k} = C_k. \quad (8)$$

Принимая значение постоянной  $C_k$ , например, равным единице, определим зависимость между шириной и высотой клетки струй в виде следующих соотношений:

$$\frac{\Delta \tilde{n}_1}{b_1} = \frac{r_1}{r_k}; \quad \frac{\Delta \tilde{n}_2}{b_2} = \frac{r_2}{r_k}; \quad \dots \quad \frac{\Delta \tilde{n}_i}{b_i} = \frac{r_i}{r_k}. \quad (9)$$

Следовательно, чтобы построить сетку, отвечающую требованию  $q_c = \text{const}$ , построение необходимо выполнять таким образом, чтобы каждые две смежные линии тока, вместе с смежными изолиниями упругости паров воды ( $\tilde{p}$ ;  $\tilde{p} + \Delta \tilde{p}$ ;  $\tilde{p} + 2\Delta \tilde{p}$ ;  $\tilde{p} + 3\Delta \tilde{p}$  и т. д.), образовали в плоскости  $roz$  капилляра клетки, отвечающие требованиям соотношения (8). При этом построение клеток целесообразней начинать с левого верхнего угла плоскости  $roz$  (точка с координатами  $r = r_k$ ;  $z = 0$ ), где для первых клеток отношение ширины к высоте очень мало отличается от единицы (при  $C_k = 1$ ), так как здесь имеет место  $r_i \approx r_k$ .

*Построение гидродинамических сеток на основе данных о краевых условиях задачи.* С помощью описанного выше графического способа гидродинамическую сетку можно построить и в том случае, если

поле функции  $\tilde{p}_{r,z}$  в плоскости  $roz$  не задано, однако известны краевые условия задачи, т. е. известны значения  $\tilde{p}_{r,z}$  на всех границах пространства зоны испарения капилляра. В этом случае, задаваясь определенным значением  $\Delta \tilde{p}$ , величиной  $C_k$ , а также выполняя требования, вытекающие из соотношения (8), можно построить гидродинамическую сетку (в плоскости  $roz$  капилляра) путем последовательного подбора параметров клеток и тем самым определить положение изолиний упругости паров и линий тока, обозначающих границы пространственных струй с равными расходами паров воды. В этом случае построение гидродина-

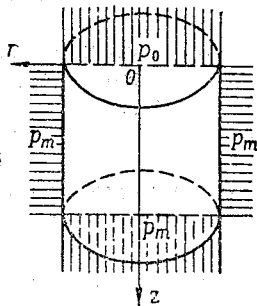


Рис. 2. Схема краевых условий значений упругости водяных паров для зоны испарения капилляра (при наличии мениска воды и пристеночной водной пленки значительной толщины).

мической сетки представляет собой более трудоемкую задачу.

Для зоны испарения макрокапилляра, в котором внутренние стенки покрыты водной пленкой значительной толщины, а на некоторой глубине  $z_m$  имеется мениск воды (рис. 2), краевые условия задачи в первом приближении можно принять следующими: <sup>1</sup>

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z = 0 \quad \text{и} \quad 0 < r < r_k, \quad p = p_0; \\ \text{при } z \geq 0 \quad \text{и} \quad r = r_k, \quad p = p_m; \\ \text{при } z = z_m \quad \text{и} \quad 0 \leq r \leq r_k, \quad p = p_m. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

<sup>1</sup> Вопрос о характере краевых условий в зоне испарения капилляра рассмотрен в работе [3].

Этих данных вполне достаточно, чтобы построить гидродинамическую сетку для плоскости  $roz$  зоны испарения капилляра в относительных величинах значений упругости паров воды и координат.

На рис. 3 представлены гидродинамические сетки, построенные указанным выше способом для плоскости  $roz$ , зоны испарения цилиндрического макрокапилляра при различных значениях глубины расположения в нем мениска воды. Все эти сетки строились таким образом, что расход водяного пара во всех струях любой сетки был одинаков.

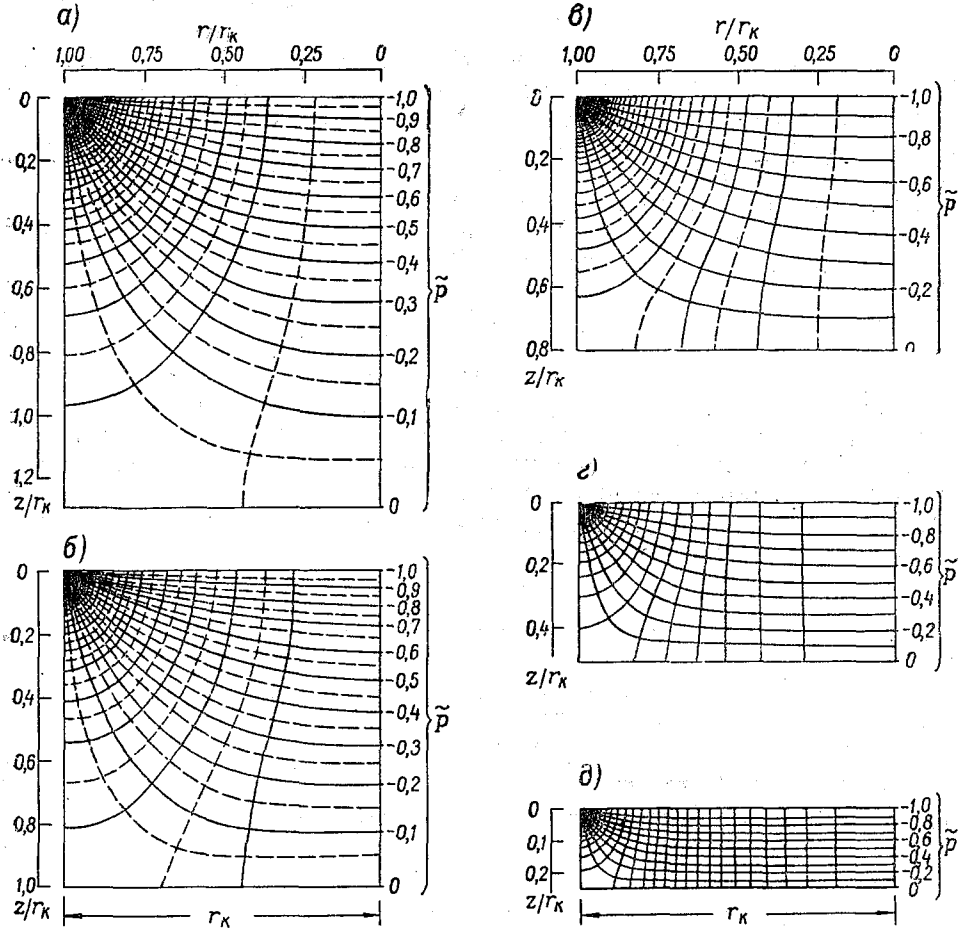


Рис. 3. Гидродинамические сетки для осевой плоскости зоны испарения макрокапилляра в зависимости от глубины размещения в нем мениска жидкости (воды).

Отсюда абсолютную величину полного расхода парообразной влаги через сечение просвета капилляра на уровне  $z = 0$  представляется возможным подсчитать по уравнению вида

$$Q_{z=0} = -\eta, 2\pi D_p (p_m - p_0) \Delta \tilde{p} \sum_0^N \frac{r_i b_i}{\Delta \tilde{n}_i}, \quad (11)$$

где  $\eta$  — коэффициент, учитывающий масштаб чертежа,

$\Delta \tilde{n}_i, b_i$  — соответственно длина и ширина любой  $i$ -той клетки каждой струи сетки,

$r_i$  — расстояние от оси капилляра до середины  $i$ -той клетки струи (по радиусу).

Рассчитанные при различных значениях  $z_m$  величины интенсивности испарения из макрокапилляра удобнее сопоставить между собой в относительных величинах, используя при этом характеристику  $G$ , связанную с величиной  $Q_{z=0} = 0$  зависимостью вида

$$G = G_{\text{пл}} + G_{\text{пар}} = \frac{Q_{z=0}}{\eta 2\pi r_k D_p (p_m - p_0)} = \frac{\Delta \tilde{p}}{r_k} \sum_0^N \frac{r_i b_i}{\Delta \tilde{n}_i}. \quad (12)$$

Представляется также возможным подсчитать отдельно значения функций  $G$ , характеризующих величину интенсивности испарения с поверхности мениска ( $G_m$ ) и водной пленки ( $G_{\text{пл}}$ ). Расчет величин  $G_m$  и  $G_{\text{пл}}$  выполнялся по уравнению вида (12), в котором  $N$  соответственно принималось равным числу струй, формирующихся на поверхности мениска ( $N_m$ ) и водной пленки ( $N_{\text{пл}}$ ).

Максимальное значение функции  $G_{\text{пл}}$ , имеющее место при значениях  $z_m \geq 2r_k$ , согласно уравнений (2) и (12), оказалось следующим:

$$G_{\text{пл}} = G_{\text{об}} \approx 3,0.$$

Величины  $G_{\text{об}}$ ,  $G_{\text{пл}}$  и  $G_m$ , вычисленные при различных значениях  $z_m/r_k$ , сопоставлены для наглядности на рис. 4. Из графиков (рис. 4) следует, что в зоне испарения макрокапилляра по мере поднятия мениска воды и соответственно при уменьшении высоты пленки роль мениска в формировании общего расхода пара из капилляра начинает резко возрастать при  $z < 1,0 r_k$ .

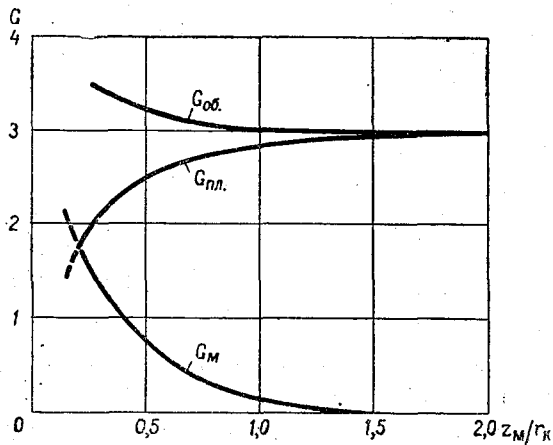


Рис. 4. Характер изменения интенсивности испарения из макрокапилляра в зависимости от глубины размещения в нем мениска жидкости (воды).

Метод гидродинамических сеток может быть использован для изучения диффузии паров в зоне испарения капилляра как в рассмотренном, так и в других случаях, если заданы краевые условия значений упругости паров на границах этой зоны.



## 2. Исследование процесса диффузии паров воды в зоне испарения капилляра на электрических моделях методом аналогии

В определенных сходных условиях, передвижение таких субстанций, как вода, тепло и электричество, подчиняется аналогичным закономерностям.

Так как с технической точки зрения эксперимент, как правило, легче осуществить имея дело с электричеством, чем с водой или теплом, то поэтому закономерности передвижения этих двух субстанций в ряде случаев более целесообразно исследовать экспериментально на электрических моделях методом аналогии.

Для получения ряда исходных данных, необходимых при проектировании сооружений, например в гидротехнике [1, 4], широко используются метод ЭГДА (электрогидродинамическая аналогия) и метод ЭТА (электротепловая аналогия). По аналогии с закономерностями движения электричества исследуются некоторые аэродинамические явления [6].

Рассмотрим вопрос о возможности изучения закономерностей передвижения парообразной влаги в зоне испарения капилляра экспериментальным путем на электрических моделях методом аналогии. Теоретические основы этой аналогии сводятся к следующему.

Известно, что в однородном проводнике плотность электрического тока ( $i_0$ ) описывается уравнением, которое аналогично по форме закону диффузии и имеет вид

$$i = \sigma_0 \frac{dU}{d\tilde{n}} \approx \sigma_0 \frac{U_1 - U_2}{\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2}, \quad (13)$$

где  $\sigma_0$  — удельная электропроводность среды,

$U$  — электрический потенциал,

$\tilde{n}$  — координата, совпадающая с направлением движения электричества.

Поле электрического потенциала в цилиндрическом проводнике, в свою очередь, можно выразить уравнением следующего вида:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (14)$$

где  $r$  — радиальная координата в поперечном сечении электропроводника,

$z$  — координата, совпадающая с осью цилиндрического проводника.

Уравнения (13) и (14) аналогичны по форме соответствующим уравнениям, описывающим диффузию парообразной влаги в зоне испарения цилиндрического капилляра при установившемся режиме испарения в изотермических условиях [3].

Исходя из уравнений (13) и (14), легко показать, что процесс передвижения электричества в цилиндрическом проводнике и диффузия паров воды в зоне испарения капилляра будут характеризоваться одной и той же картиной, если краевые условия рассматриваемых задач будут аналогичными.

Для того чтобы указанная аналогия имела место, электрическая модель капилляра должна быть соответствующим образом устроена (рис. 5). Модель может представлять собой цилиндрический проводник (или полупроводник) электричества, состоящий из двух однородных стержней, соединенных торцами в сечении  $z = 0$ . Материал, из которого

выполнены стержни, должен обладать низкой электропроводностью (электролит, графит и т. п.). Один из стержней модели имеет ограниченную длину  $h$  (модель приустьевого пространства капилляра), другой стержень моделирует зону испарения капилляра и имеет полуограниченную длину (от  $z = 0$  до  $z \rightarrow \infty$ ).

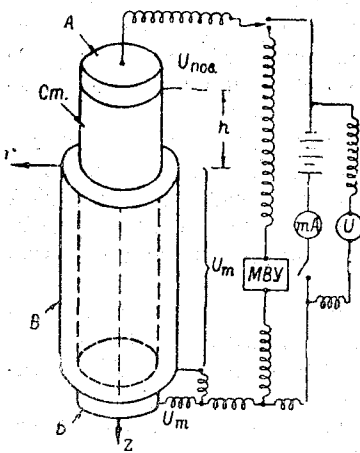


Рис. 5. Схема электрической модели капилляра и электроизмерительной цепи:  
А, Б, В — шины (электроды)

Для обеспечения соответствующих краевых условий на этой модели, последняя должна быть определенным образом оборудована электродами-шинами. К свободным торцевым сечениям стержней следует присоединить круглые металлические пластинки-шины (А и Б) тех же размеров, что и размер поперечного сечения стержней. Кроме того, на полуограниченный стержень следует плотно надеть шину В (металлическая трубка). Шины-электроды должны быть достаточно массивными и выполненными из соответствующего материала, чтобы обладать высокой (абсолютной) электропроводностью, тем самым будет обеспечено

условие постоянства электрического потенциала на их поверхности.

Если теперь соединить проводниками один полюс источника электрического тока с шиной А, а другой с шиной Б, то электрический ток в цепи модели будет проходить при краевых условиях значений  $U$ , аналогичных краевым условиям значений упругости паров воды для зоны испарения капилляра [2, 3].

А именно, на электрической модели будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } z=0 \text{ и } 0 < r < r_m, \quad U = U_0; \\ \text{при } z \geq 0 \text{ и } r = r_m, \quad U = U_m. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $U_0$  — среднее значение электрического потенциала в поперечном сечении модели на уровне  $z = 0$ ,

$U_m$  — величина электрического потенциала на шинах Б и В,

$r_m$  — радиус поперечного сечения электрической модели капилляра.

Отсюда следует, что математический анализ, выполненный в работе [2] при рассмотрении пространственной задачи передвижения паров воды в зоне испарения капилляра, можно повторить применительно к случаю движения электричества в цепи модели капилляра (рис. 5). В конечном итоге такой анализ, на основе решения уравнения (14) при

краевых условиях (15), приводит к выражению для силы электрического тока в цепи модели капилляра следующего вида:

$$I_3 = K_{\phi} 2\pi r_m \sigma_3 (U_m - U_0), \quad (16)$$

где  $K_{\phi}$  — численный коэффициент, характеризующий форму модели. Для цилиндрического проводника  $K_{\phi} = 3,04$ , если  $z_m \geq 2r_m$ .

Изложенное выше свидетельствует о том, что процесс передвижения парообразной влаги в воздушном пространстве капилляров можно изучать на электрических моделях методом аналогии. Был выполнен ряд опытов как на пространственной, так и на плоской электрических моделях капилляра.<sup>1</sup>

Постановка опыта на пространственной модели имела целью определить экспериментальным путем численное значение коэффициента  $K_{\phi}$  в формуле (16).

Эта модель практически выполнялась следующим образом (рис. 6). Основу модели составлял сборный цилиндрический стаканчик, общая высота которого равна 6,0 см, а внутренний диаметр составлял 2,3 см. Нижняя часть стаканчика (с дном) выполнена из электродного угля (шины  $B$  и  $B$ ), а верхняя — из эбонита. Шина  $A$  была выполнена из электродного угля в виде поршня, который может перемещаться в эбонитовой части стаканчика. Объем стаканчика между шинами  $A$ ,  $B$  и  $B$  заполнялся электролитом (модель воздушного пространства). Высота заполнения эбонитовой части стаканчика электролитом (параметра  $h$ ) была переменной.

Модель монтировалась на специальной станине, снабженной устройством для измерения параметра  $h$  модели. Измерение электрических характеристик в цепи модели выполнялось с помощью моста МВУ-49 (с вибрационным гальванометром типа М-51) и ампервольтметра АВО-5. В опытах использовался переменный ток с частотой колебаний, равной 50 гц, при разности потенциала порядка 2—6 в. Данные измерений и результаты их обработки приведены в табл. 1.

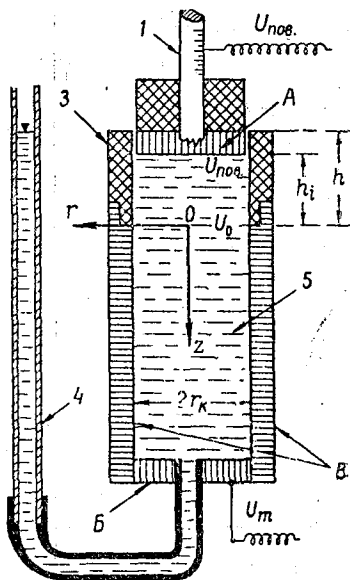


Рис. 6. Схема-разрез установки для изучения капиллярного испарения методом электродинамической аналогии (пространственная модель):

1 — рейка с делениями, 2 — соединительная трубка, 3 — эбонитовый стаканчик, 4 — стеклянный пьезометр, 5 — электролит, А, В, В — шины (электроды)

<sup>1</sup> В выполнении этих опытов принял участие С. В. Завилейский.

Таблица 1

Значения  $K_{\Phi}$  для пор-капилляров, вычисленные по формуле (17)  
на основе экспериментальных данных

Тип электрической модели	Поперечный размер модели $r_m$ , см	Данные опытов		Результаты обработки данных опытов		
		$h$ , см	$R_{\Sigma}$ , ом	номера зависимостей $R_{\Sigma} = f(h)$ на рис. 7	$R_{\Sigma}$ , ом (по графику рис. 7)	$K_{\Phi}$ (по формуле)
1	2	3	4	5	6	7
Пространственная модель (водопроводная вода, $\sigma_3 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ )	1,14	3,3	11000	I	600	2,25
		2,5	7700			
		1,5	4800			
		0,5	2100			
		0,3	1600			
		0,1	1100			
То же	1,14	3,0	7000	I	450	3,1
		2,0	5000			
		1,0	3000			
		0,5	1800			
		0,2	600			
Пространственная модель (раствор медного купороса, $\sigma_3 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ )	1,14	3,5	400	III	35	1,6
		2,5	300			
		1,5	190			
		0,5	90			
		0,3	70			
		0,1	50			
Плоская модель (электропроводная бумага, $\sigma_3 = 0,33 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$ )	2,0	9,0	1780	II	195	0,75
		7,0	1430			
		5,0	1090			
		3,0	740			
		1,0	380			
		0,3	260			
		0,1	200			

Обработка данных опытов выполнялась следующим образом. На основании данных табл. 1 (столбцы 3 и 4), для каждой модели была построена соответствующая графическая зависимость  $R_3 = f(h)$ . Эти зависимости, как и следовало ожидать, оказались прямолинейными (рис. 7). Последнее обстоятельство свидетельствует о том, что по мере увеличения высоты слоя  $h$  электролита (в эбонитовой части стаканчика) общее электрическое сопротивление  $R_3$  модели возрастает по линейному закону.

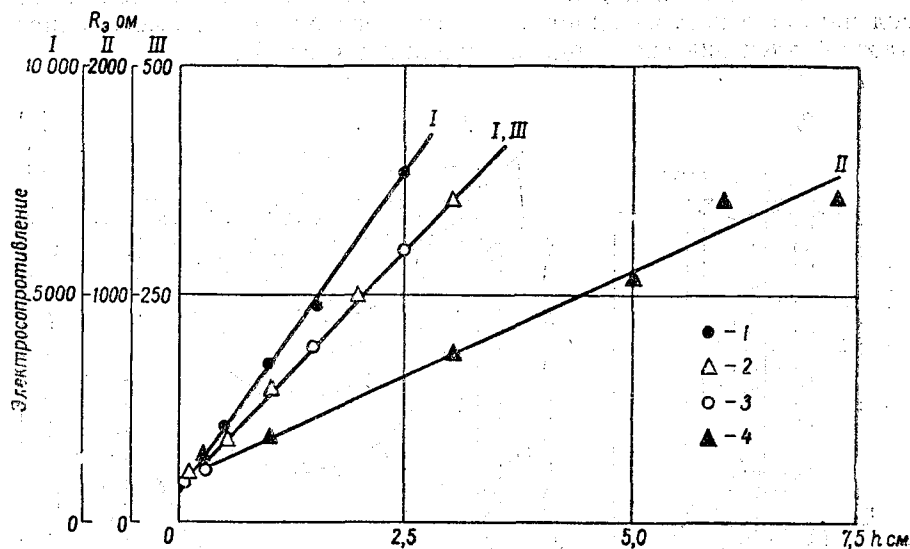


Рис. 7. Изменение электрического сопротивления модели капилляра в зависимости от высоты заполнения трубки модели электролитом:  
1—2 — водопроводная вода, 3 — раствор медного купороса, 4 — графитная бумага (плоская модель)

Совершенно очевидно, что при различных значениях  $h$  электрическое сопротивление электролита в нижней (угольной) части модели остается постоянным и равным  $R_{30}$ . Величину  $R_{30}$  для данной модели представляется возможным приблизительно оценить путем экстраполяции зависимости  $R_3 = f(h)$  в направлении оси  $R_3$ . Отсекаемый при этом отрезок этой оси и должен соответствовать величине  $R_{30}$ . Найденные таким путем значения  $R_{30}$  для исследуемых моделей также приведены в табл. 1. Используя эти величины и исходя из формулы (16), представляется возможным определить численное значение коэффициента  $K_\Phi$  для цилиндрической трубки по уравнению

$$K_\Phi = \frac{1}{2\pi r_m \sigma_3 \frac{U_m - U_0}{I_3}} = \frac{1}{2\pi r_m \sigma_3 R_{30}} \quad (17)$$

Из табл. 1 следует, что для цилиндрической модели экспериментальные значения  $K_\Phi$  (1,6 ÷ 3,1) близки к теоретическому значению (3,04). Недостаточно высокая стабильность результатов, рассматриваемых опытов, отчасти объясняется, по-видимому, тем, что при вычислении экспериментального значения  $K_\Phi$  по формуле (17) использовалась

величина  $R_{эо}$ , принятая методика определения которой не является вполне строгой.<sup>1</sup>

Дело в том, что в нижней части слоя  $h$  электролита модели имеется переходная зона, для которой (в отличие от остальной части слоя  $h$ ) зависимость  $R_{э} = f(h)$  не будет строго линейной. Последнее обусловлено тем, что в этой зоне электролита поток электрического тока еще нельзя рассматривать как одномерный, так как здесь (как и в электролите, заключенном внутри шины В) электрический потенциал в любом поперечном сечении модели является функцией координаты  $r$ . Этот вывод наглядно подтверждается данными эксперимента, выполненного на плоской электрической модели капилляра (рис. 8).

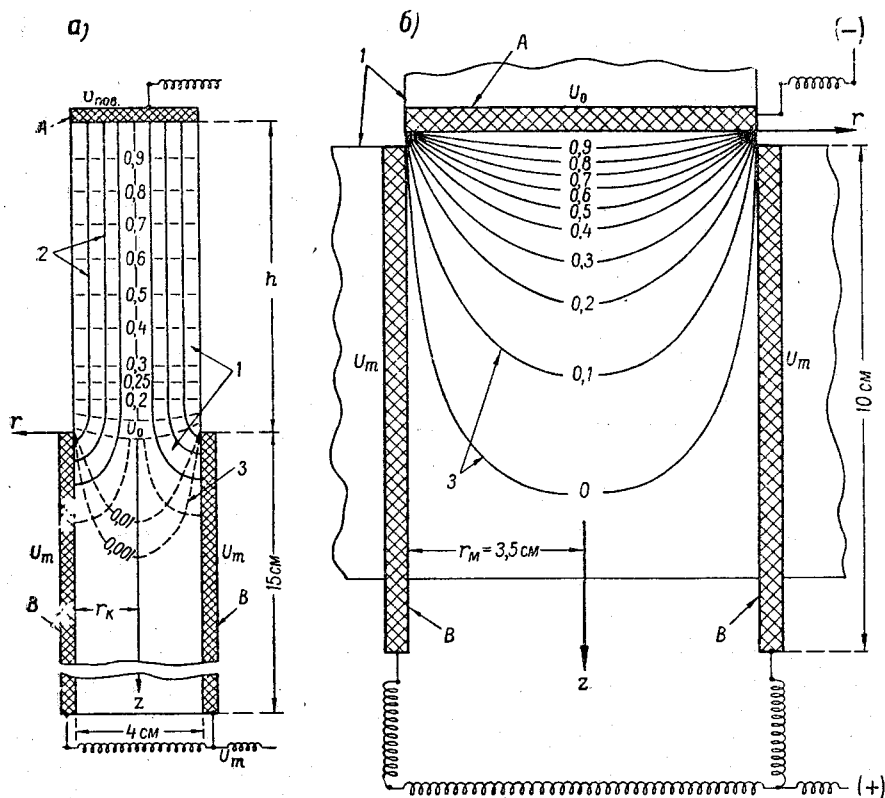


Рис. 8. Схемы плоской электрической модели для изучения процесса капиллярного испарения методом аналогии:

1 — электропроводящая (графитная) бумага, 2 — линии тока электричества, 3 — эквипотенциали электрического тока, А, В — металлические шины (электроды)

Плоской электрической моделью, схема которой изображена на рис. 8, моделируется сечение капилляра в осевой его плоскости  $roz$ . На электропроводной (графитной) бумаге этой модели, с помощью стандартного прибора ЭГДА, в различных точках координат  $(r, z)$  были измерены величины разности электрического потенциала, выраженные в долях от общего перепада потенциала в цепи модели ( $\Delta U = U_m -$

<sup>1</sup> Кроме того, точность опыта, по-видимому, зависит и от свойств электролита. При использовании в качестве электролита раствора медного купороса значение коэффициента оказалось наименьшим ( $K_{\phi} = 1,6$ ).

—  $U_{\text{пов}}$ ), принимаемого за единицу. Затем, на графитной бумаге модели по полю точек значений  $\Delta U_{r,z}$  были проведены эквипотенциали электрического тока. В этих опытах использовался постоянный электрический ток.

Опыты на плоской электрической модели были выполнены при разных значениях параметра  $h$  модели. На рис. 8а приведены данные опыта при  $h = 10,0$  см. Из этого рисунка следует, что на электропроводной бумаге модели поле электрического потенциала между шинами имеет ярко выраженный двухмерный характер. Для верхней части слоя  $h$  характерна одномерная картина передвижения электричества, а между этими областями существует некоторая переходная зона, в которой поле электрического потенциала имеет слабо выраженный двухмерный характер.

На рис. 8б приведены данные опыта на плоской электрической модели при очень малом значении параметра  $h$  ( $h = 0,25$  см). Электрические характеристики опыта были следующими:

$$U_m - U_{\text{пов}} = 2 \text{ в}, \quad I_3 = 0,5 \text{ мА}, \quad \sigma_3 = 0,33 \text{ ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$$

и  $R_3 = 248,0$  ом. В этом опыте, как и во всех других, использовалась графитная бумага толщиной  $5,3 \cdot 10^{-3}$  см.

Из рис. 8б следует, что общая картина поля электрического потенциала на графитной бумаге между шинами модели аналогична той картине, которая была установлена в результате выполнения теоретического анализа поля упругости паров воды в зоне испарения капилляра [2]. В обоих случаях глубина зоны, в которой поле потенциала является не одномерным, характеризуется величиной, приблизительно равной поперечному размеру зоны. Аналогично тому, как в цилиндрическом капилляре с поверхности водной пленки на уровне  $z = 0$  за счет испарения формируется основная часть общего расхода пара из капилляра, в соответствующей области электрической модели капилляра проходит большая часть количества электричества, составляющего общий поток ( $I_3$ ) в цепи модели.<sup>1</sup>

Данные об электрических характеристиках плоской модели, измеренные при различных значениях параметра  $h$ , и результаты их обработки, приведены в табл. 1. Как и в случае пространственной модели, данные этих опытов были использованы для определения значения коэффициента  $K_{\phi}$ . Расчетная формула для этого случая (плоская модель) была выведена на основе уравнений (13) и (16) с учетом особенностей модели и имеет вид

$$K'_{\phi m} = \frac{1}{4\sigma_3 d R_3}, \quad (18)$$

где  $d$  — толщина листа электропроводной (графитной) бумаги.

Изложенное выше свидетельствует о возможности и целесообразности использования метода ЭГДА для изучения закономерностей передвижения паров воды в порах-капиллярах. При этом электрической модели могут быть приданы самые различные очертания, а это дает возможность исследовать процесс диффузии паров воды в капиллярах-порах различной формы и при различных краевых условиях.

<sup>1</sup> При размерах зазора между шинами  $A$  и  $B$  модели меньше  $0,1$  см, интенсивность электрического поля на этом участке настолько велика, что графитная бумага здесь начинает обугливаться.

## Выводы

1. Показано, что передвижение парообразной влаги в зоне испарения капилляра может быть исследовано методом динамических сеток, если на всех границах этой зоны заданы (известны) краевые условия значений упругости паров воды. Этот метод дает наглядное представление об интенсивности испарения с разных участков водной поверхности зоны испарения капилляра.

2. Показано, что процесс диффузии парообразной влаги в капиллярах можно исследовать на электрических моделях методом аналогии. Результаты экспериментов, выполненных на электрических моделях, хорошо согласуются с данными теоретического анализа.

3. Предлагаемые методы исследования следует использовать параллельно с экспериментами по изучению интенсивности капиллярного испарения в соответствующих условиях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. ИЛ, М., 1958.
2. Дмитриев С. И. Некоторые закономерности испарения влаги в порах почвы. Труды ЛГМИ, вып. 26, 1964.
3. Дмитриев С. И. К теории испарения влаги из капилляров. (см. статью в данном сборнике).
4. Дружинин Н. И. Метод электрогидродинамической аналогии и его применение при исследовании фильтрации. Госэнергоиздат, М., 1956.
5. Лыков А. В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. Гостехиздат, М., 1954.
6. Сунцов Н. Н. Методы аналогии в аэродинамике. Физматгиз, М., 1958.



---

*С. В. Шмидт*

### **К ВОПРОСУ О ТАРИРОВКЕ ГЭС**

В статье кратко рассмотрены вопросы о возможных мерах безопасности при тарировке ГЭС и даны некоторые рекомендации по их применению.

Решая вопросы техники безопасности при производстве новых и нестандартных полевых гидрологических работ, нельзя ограничиваться применением только уже установившихся мер безопасности.

Сложность производства нестандартных работ в условиях своеобразной, иногда быстро меняющейся обстановки, с применением новых методов и приборов, приводит к тому, что далеко не все можно предусмотреть в действующих правилах и инструкциях по технике безопасности, а поэтому руководители работ, как этого требуют и практика обеспечения безопасности и советское законодательство (статьи 170 и 172 УК РСФСР), всегда должны быть инициаторами в создании новых конкретных действий в любой обстановке.

К сожалению, до настоящего времени даже на обычных гидрологических работах, где накоплен большой опыт по технике безопасности, все же имеют место несчастные случаи, иногда со смертельными исходами, хотя обстановка, в которой они произошли, была достаточно изученной и сама по себе не могла явиться причиной несчастных случаев.

Совершенно очевидно, что студенты-гидрологи должны быть тщательно подготовлены к ответственному отношению ко всем вопросам обеспечения безопасности производства полевых гидрологических работ как обычных строго регламентированных, так и нестандартных. К последним можно отнести, например, ряд полевых работ, выполняющихся при тарировке ГЭС, при обслуживании строительства гидроузлов и при перекрытиях русел рек, при изысканиях для приливных электростанций (ПЭС), при натурных исследованиях воли попусков, при применении аэрометодов в гидрометрии и тому подобных, где вопросы техники безопасности не получили необходимых решений и руководители должны принимать их самостоятельно.

Объем настоящей статьи не позволяет рассмотреть затронутые вопросы для всех перечисленных нестандартных работ, поэтому попытаемся в качестве примера лишь кратко разобрать их применительно к тарировке ГЭС, имея в виду дать намеки общего направления в решении подобных задач.

Обычно при тарировке ГЭС гидрологами выполняется следующая основная программа:

1. Гидрометрические работы в русле и открытых каналах.

2. Тарировка турбин.
3. Тарировка щитовых отверстий.
4. Измерение фильтрации и утечки и т. п.

При производстве полевых работ следует в первую очередь выполнять действующие на всех ГЭС «Временные правила безопасности при эксплуатации водного хозяйства, гидротехнических сооружений и гидромеханического оборудования электростанций», а также требования § 219—227 «Наставления гидрологическим станциям и постам», вып. 6, часть 1.

Однако учитывая особенности каждой ГЭС и конкретные условия производства работ, в дополнение к упомянутым правилам следует рассмотреть и установить еще на стадии составления программы обследования и тарировки ГЭС конкретные меры по обеспечению безопасности в данном случае.

При работах в открытых каналах, входящих в систему ГЭС, а также в бьефах обычно требуется лишь тщательное выполнение мер безопасности, применяющихся при стандартных работах.

При тарировке щитовых отверстий, кроме обычных мер, можно рекомендовать подстраховку с помощью гибкого троса, пристегнутого к пожарному поясу, надетому на наблюдателя.

При тарировке же турбин, которая обычно сопровождается натурными измерениями водоводов или установкой в них каких-либо приборов, всегда требуется повышенная осторожность. Например известно, что точность тарировки турбин способом гидравлического удара (метод Гибсона) соответствует точности определения коэффициента  $F$ , характеризующего форму водовода и входящего в формулу для определения расхода воды указанным способом. Для определения коэффициента  $F$  обычно необходимо весьма тщательное непосредственное измерение длин и площадей сечения отдельных участков водовода.

В практике тарировки имели место тяжелые несчастные случаи в результате того, что не приняты необходимые меры безопасности во время пребывания человека внутри водовода.

Из числа дополнительных мер безопасности в этом виде работ, можно рекомендовать:

1. Заранее тщательно изучить все действующие местные инструкции по безопасности на данной ГЭС.

2. По соответствующим чертежам и документам (а при необходимости и путем опроса сведущих лиц, что следует заактивировать) тщательно установить размеры, формы сечений и особенности конструкций водоводов, которые могут быть использованы при тарировке.

3. Детально выяснить состояние интересующих водоводов при различных режимах их работы и вместе с администрацией ГЭС установить безопасные периоды (время) работы внутри водоводов.

4. Установить местоположение всех входов в водоводы и выходов из них, а также размеры люков и лазов, конструкции устройств, закрывающих люки и лазы, и способы их открытия, уклоны различных участков водоводов, наличие выступов и сужений, всякого рода скоб, рымов, штырей, кабелей и т. п. на стенах водовода.

5. До начала собственно обмерных и других работ в водоводе их исполнители должны совершить предварительный кратковременный («холостой») спуск в водовод для непосредственного ознакомления с условиями производства обмера.

6. Установить возможность и способы установки и крепления в водоводе временных страховых тросов и других устройств, обеспечивающих безопасность при работе внутри водовода.

7. Необходимо обеспечить прямую надежную связь между работником, находящимся в водоводе, и лицами, обеспечивающими безопасность, либо с помощью телефона, либо с помощью сигнальной снасти (по типу водолазной).

8. Работающего в водоводе следует снабдить сильным электрофонарем.

9. Предусмотреть ответственные вахты членов обследовательской бригады, не только непосредственно у водоводов с целью немедленного оказания помощи в необходимых случаях, но и около устройств, вводящих водоводы в действие, для предотвращения их случайного или несвоевременного включения.

10. Весь цикл мер безопасности должен быть оформлен в виде специального плана, на основе которого надо произвести заблаговременный инструктаж и проверку знаний по обеспечению безопасности со всеми членами обследовательской бригады.

Этот перечень конечно не исчерпывает возможные дополнительные меры и должен быть расширен в соответствии с конкретной обстановкой.

В заключение следует напомнить, что простота мероприятий по технике безопасности, к сожалению, зачастую вызывает, даже среди опытных специалистов, такое отношение к ней, которое в свете нашей советской действительности, юридически определяется как преступная самонадеянность и нежелание или неумение проявлять необходимую инициативу в конкретных условиях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Временные правила безопасности при эксплуатации водного хозяйства, гидротехнических сооружений и гидротехнического оборудования электростанций. Госэнергоиздат, М.—Л., 1955.
2. Гаврилов А. М., Кабанова К. С., Проскуряков А. К. Основы учета стока на гидроэлектростанциях. Гидрометеиздат, Л., 1960.
3. Наставление гидрометеорологическим станциям и постам, вып. 6, ч. 1. Гидрометеиздат, Л., 1957.
4. Шмидт С. В. Техника безопасности при гидрологических работах. Гидрометеиздат, Л., 1964.

В. И. Ефремов, В. В. Пятаков

### КОМПЕНСАЦИОННЫЙ СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ МАЛЫХ СКОРОСТЕЙ И ПУЛЬСАЦИЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ ТЕРМОСОПРОТИВЛЕНИЕМ

Описывается сравнительно простой прибор для регистрации малых мгновенных скоростей воды. Отсутствие в этом приборе сложных узлов и использование в качестве следящего устройства серийного электронного потенциометра дают возможность изготовления подобного прибора в любой лаборатории.

В схеме прибора применен автоматический термокомпенсатор с периодическим выведением прибора на нуль перед измерением скорости в точке. Учитывая сравнительно малое время измерения в точке (100 сек), описываемый способ обеспечивает автоматическую температурную компенсацию в потоке с медленно меняющейся температурой.

Данный способ измерения основан на широко известном методе сноса тепла потоком жидкости с нагретого датчика с использованием полупроводникового термосопротивления или металлического термометра сопротивления. Так как датчик можно выбрать с малой инерцией, то этим способом можно измерять пульсации скоростей турбулентных потоков.

В качестве датчика нами применялись полупроводниковые микротермосопротивления типа МКМТ-16, имеющие малую инерцию (в воде 0,1 сек) и достаточно стабильные характеристики.

В существующих способах, основанных на методе сноса тепла с нагретого датчика потоком жидкости [1, 2, 4, 5, 6], применяются схемы неуравновешенных мостов, которые, как это следует из уравнения теплового баланса, имеют ряд недостатков.

Уравнение теплового баланса перегретого шара (датчика) в потоке, пренебрегая радиационной теплоотдачей, можно записать в виде

$$\frac{dT_T}{dt} cm + 0,239 i^2 r - (T_T - T_B) \alpha(V) - \frac{\lambda}{l} \Delta(T_T - T_B) = 0, \quad (1)$$

где  $T_T$  — температура полупроводникового микротермосопротивления (термистора),

$c$  — теплоемкость термистора,

$m$  — масса термистора,

$t$  — время,

$i$  — ток через термистор,

$r$  — сопротивление термистора,

$T_B$  — температура воды,

$\alpha(V)$  — коэффициент теплоотдачи шара,

$\lambda$  — коэффициент теплопроводности по стержню термистора,  
 $\Delta$  — толщина стержня термистора,  
 $l$  — длина стержня термистора.

В случае неуравновешенного моста разность  $T_T - T_B$  непостоянна, тогда члены уравнения (1), содержащие разность температур, будут переменными величинами, а в схемах неуравновешенных мостов это не учитывается.

Компенсационный способ измерения скорости воды полупроводниковым термосопротивлением состоит в том, что при схеме уравновешенного моста автоматически поддерживается постоянная температура датчика и непрерывно записывается ток компенсации, величина которого пропорциональна скорости воды.

За время измерения в точке температура воды практически остается постоянной и так как температура термистора также постоянна ( $\frac{dT_T}{dt} = 0$ ), уравнение (1) перепишем в виде

$$0,239 \cdot i^2 \cdot r = (T_T - T_B) [\alpha(V) + B], \quad (2)$$

где  $B = \frac{\lambda}{l} \Delta$ .

Поскольку головка датчика представляет собой форму шара, расчет теплоотдачи при обтекании датчика потоком жидкости можно произвести по формулам (3):

$$\alpha(V) = Nu \frac{\lambda}{D}, \quad Nu = 0,37 Re^{0,53} Pr^{0,33}, \quad Re = \frac{VD}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{a},$$

тогда

$$\alpha(V) = 0,37 \cdot V^{0,53} \left(\frac{D}{\nu}\right)^{0,53} \frac{\lambda}{D} Pr^{0,33}, \quad (3)$$

где  $V$  — скорость потока,

$Nu$  — критерий Нуссельта,

$Pr$  — критерий Прандтля,

$Re$  — критерий Рейнольдса,

$\nu$  — коэффициент кинематической вязкости,

$D$  — диаметр головки датчика,

$a$  — коэффициент температуропроводности.

Значения критериев  $Re$  и  $Pr$  берутся при температуре, равной  $\frac{T_T + T_B}{2}$ .

Обозначив в (3)  $A = 0,37 \left(\frac{D}{\nu}\right)^{0,53} \frac{\lambda}{D} Pr^{0,33}$ , уравнение (2) перепишем в виде

$$0,239 \cdot i^2 \cdot r = (T_T - T_B) (V^{0,53} A + B). \quad (4)$$

Для схемы с постоянной температурой  $T_T$  и, следовательно, с постоянным сопротивлением  $r$  дифференцирование по  $V$  уравнения (4) даст

$$\frac{di}{dV} = 0,265 \sqrt{\frac{T_T - T_B}{0,239 r}} \cdot \frac{A}{V^{0,47} \sqrt{B + AV^{0,53}}}. \quad (5)$$

Полученное уравнение (5) показывает, что чувствительность датчика падает с возрастанием скорости воды, причем из уравнения (4) следует, что сила компенсационного тока  $i$  возрастает примерно пропорционально корню четвертой степени из скорости воды.

Кроме того, из уравнения (5) следует, что при схеме уравновешенного моста, когда значения температур  $T_T$  и  $T_B$  за время измерения в точке (примерно 100 сек) постоянные величины, скорость потока будет непосредственной функцией компенсационного тока  $i$ .

Обычно ток компенсации подают через сравнительно сложные электронные устройства, что препятствует широкому распространению приборов такого типа. Значительно проще изменять ток компенсации при помощи электромеханического следящего устройства, причем в качестве следящего привода можно применять серийные автоматические потенциометры, как это приведено на рис. 1.

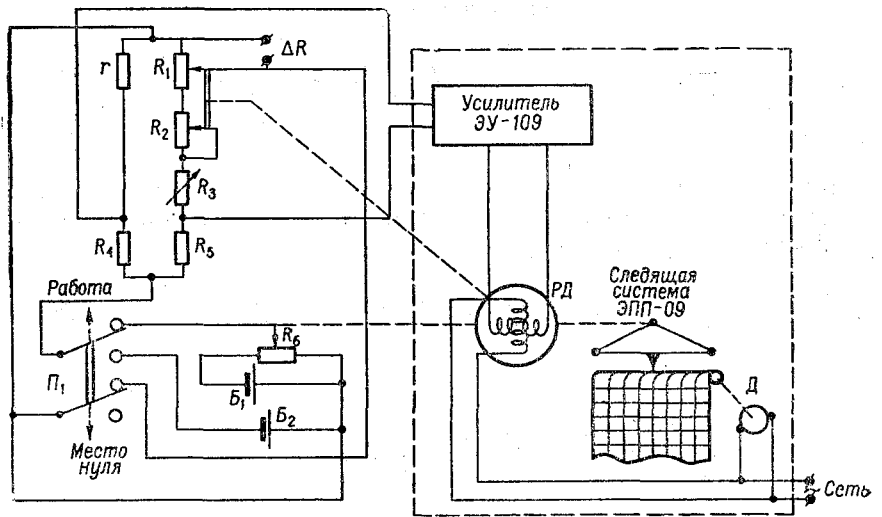


Рис. 1. Электрическая схема прибора:

$r$  — сопротивление термистора,  $R_1$  и  $R_2$  — сопротивление термокомпенсации,  $R_3$  — подгоночное сопротивление,  $R_4$  и  $R_5$  — постоянные сопротивления,  $R_6$  — потенциометрический делитель напряжения,  $B_1$  — рабочая батарея,  $B_2$  — батарея термокомпенсации,  $P_1$  — переключатель термокомпенсатора,  $РД$  — реверсивный двигатель,  $Д$  — двигатель лентопротяжного механизма

За счет изменения скорости потока изменяется снос тепла с термистора  $r$  и в измерительной диагонали моста появляется сигнал. Этот сигнал усиливается и подается на двигатель  $PD$ , который компенсирует изменение теплового потока термистора напряжением от делителя напряжения  $R_6$  и, следовательно, поддерживает его температуру постоянной. Одновременно положение движка делителя напряжения  $R_6$  записывается на диаграммной ленте. Таким образом, за счет наличия сильной обратной связи температура термистора непрерывно поддерживается постоянной.

При расшивке записи скорости воды на диаграммной ленте мы должны знать температуру потока, а так как тарифовочные кривые строятся для различных температур, начиная с нуля диаграммной ленты (что соответствует нулевой скорости потока), то при изменении температуры потока при отсутствии автоматического термокомпенсатора, мы должны вывести прибор на нуль в спокойной воде при той

же температуре воды, как и температура потока. Это вызывает неудобство в работе, так как необходимо периодически помещать датчик в спокойную воду с целью компенсации изменения средней температуры потока.

Положение «место нуля» предусмотрено для записи температуры потока на той же ленте, где записывается скорость, и для вывода прибора на нуль. Переключением переключателя  $\Pi_1$  в положение «место нуля» включается привод, связывающий двигатель  $PD$  со спаренным потенциометром  $R_1, R_2$  и к питающей диагонали моста подключается батарея  $B_2$ , которая практически не перегревает датчик  $r$ . Двигатель  $PD$  перемещает ползунок потенциометра  $R_2$  до уничтожения сигнала разбаланса за счет изменения температуры среды, причем сопротивление  $R_1$  включено полностью. При положении переключателя в режиме «работа» потенциометр  $R_1$  шунтирует часть сопротивления. Зашунтированная часть сопротивления  $R_1$  равна изменению сопротивления  $r$  за счет перегрева в спокойной измеряемой среде при данной температуре.

Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  подбираются опытным путем. Для этого строится зависимость изменения сопротивления датчика от температуры среды без перегрева и в режиме перегрева в спокойной среде (рис. 2). Из рис. 2 видно, что сопротивление датчика при на величину  $\Delta R$ . Таким образом, включенной батарее  $B_2$  (без перегрева и без перегрева отличаются если прибор выведен на нуль при грева), то при включении батареи  $B_1$  мы должны соответственно уменьшить сопротивление плеча ( $R_1, R_2, R_3$ ) на величину  $\Delta R$ , которая зависит от температуры потока воды. Если сопротивление  $R_2$  линейное, то профиль  $R(\varphi)$  сопротивления  $R_1$  легко находится по рис. 2, полученному по тарировке в термостате ( $\varphi$  — угол поворота).

Преимуществом описанного способа является простота изготовления прибора, удобство при практической работе и, кроме того, как показали испытания способа, достаточная устойчивость тарировочных кривых за счет сильной обратной связи. Недостатком следует считать то, что для каждого термосопротивления необходимо изготавливать отдельно сопротивление  $R_1$ .

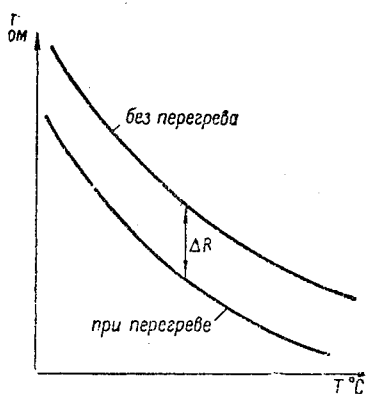


Рис. 2. Зависимость сопротивления датчика от температуры.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Качурин Л. Г. Тепловой анемометр сопротивления. Авторское свидетельство СССР, И 77788, 1948.
2. Кремлевский П. П. Расходомеры. Машгиз, М.—Л., 1963.
3. Михеев М. А. Основы теплопередачи. Госэнергоиздат, Л., 1956.
4. Оборин Л. А. Термодатчики с полупроводниковыми термосопротивлениями для измерения скоростей водных потоков «Новые методы измерений и приборы для гидравлических исследований». Изд. АН СССР, М., 1961.

5. Старостин М. Г. Измерение малых скоростей движения воды полупроводниковым микротермосопротивлением. «Новые методы измерений и приборы для гидравлических исследований». Изд. АН СССР, М., 1961.

6. Юдицкий Г. А. Прибор для измерения малых скоростей водного потока. Известия ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, т. 64, 1960.



## СОДЕРЖАНИЕ

### Раздел первый

#### Гидравлика и динамика русловых потоков

<i>В. И. Полтавцев, В. И. Ефремов.</i> Об особенностях гидравлического сопротивления открытых потоков при большой шероховатости русла . . . . .	5
<i>В. И. Ефремов.</i> Некоторые результаты экспериментального исследования структуры придонной области равномерного руслового потока при большой шероховатости . . . . .	13
<i>В. И. Ефремов.</i> Основные расчетные зависимости плоского равномерного потока . . . . .	21
<i>Н. Б. Барышников, В. Ф. Николаев.</i> Пропускная способность русла с различной по ширине шероховатостью . . . . .	28
<i>И. П. Спицын.</i> Влияние вторичных течений на формирование скоростного поля прямолинейного потока . . . . .	33
<i>Н. Б. Барышников.</i> Об учете взаимодействия руслового и пойменного потоков при построении и экстраполяции кривых расходов воды . . . . .	41
<i>Н. Б. Барышников.</i> Транспорт русловых наносов в прямолинейных потоках с поймой . . . . .	50
<i>Т. И. Козлова.</i> Распределение продольных скоростей на изгибе . . . . .	74
<i>Г. В. Иванов.</i> Расчет средних скоростей на вертикалях в русловом отсечке при несовпадении осей руслового и пойменного потоков (криволинейное в плане русло) . . . . .	82
<i>И. П. Спицын.</i> К вопросу о расчете равномерного потока в русле с неоднородными стенками . . . . .	87

### Раздел второй

#### Гидрофизика

<i>С. И. Дмитриев.</i> К теории диффузии влаги в капиллярах . . . . .	92
<i>И. А. Каган.</i> Об оценке потоков тепла и влаги с нагретых водоемов на основе теории конвекции . . . . .	105
<b>В. А. Берг.</b> Построение методом конечных разностей пространственного температурного поля в ограниченном теле, обтекаемом водным или воздушным потоком (пограничные условия III рода, двух- и трехмерные задачи, изотропное тело, анизотропная среда) . . . . .	114
<i>И. А. Каган.</i> О влиянии градиента плотности на режим потока . . . . .	129

Раздел третий

Прикладные и методические задачи гидрофизики

<i>Б. В. Проскуряков, И. П. Спицын.</i> Гидравлика оросительного устройства градирни, оборудованного водосборными желобами . . . . .	135
<i>В. В. Гончаров.</i> Расчет теплообмена в воздухораспределительном пространстве градирен . . . . .	144
<i>С. И. Дмитриев.</i> Исследование диффузии паров в капиллярах с помощью метода гидродинамических сеток и метода электродинамических аналогий . . . . .	153
<i>С. В. Шмидт.</i> К вопросу о тарировке ГЭС . . . . .	167
<i>В. И. Ефремов, В. В. Пятаков.</i> Компенсационный способ измерения малых скоростей и пульсаций полупроводниковым термосопротивлением: . . . . .	170

